

Research on Hilbert's program

Tao Huang¹ Arne Wong² Torsten Wong³ MeiXian Wu⁴

1. Baking Equipment & Coatings, Finspång, 61244, Östergötland
2. KL Industri AB, Finspång, 612440, Östergötland
3. Karlstad, 465466, Värmland
4. Siemens Energy AB, Finspång, 61231, Östergötland

Abstract

Can Hilbert's program be realized? This paper proposes a philosophical solution to solve the mathematical paradox in Hilbert's program by using dual logic (two-dimensional logic) and standard scale rules. And theoretically, it is preliminarily proved that it is effective and feasible to introduce two-dimensional logic into mathematics.

Keywords

Paradox, duality principle, two-dimensional logic, AI automation setting

关于希尔伯特计划的研究

黄涛¹ 阿诺·黄² 托斯登·黄³ 吴美羨⁴

1. 烘焙设备和涂料有限公司, 东约特兰 芬斯蓬 61244
2. KL 工业有限公司, 东约特兰 芬斯蓬 61244
3. 韦姆兰省 卡尔斯塔德 65466
4. 西门子能源公司, 东约特兰 芬斯蓬 61231

摘要

希尔伯特的证明论计划能实现么? 本文提出哲学方案, 用双重性逻辑(二维逻辑)和标准尺度规则解决希尔伯特计划中的数学悖论。并且从理论上证明, 在数学中引入二维逻辑具有可行性。

关键词

悖论、双重性原理、二维逻辑、AI自动化设定

1 引言

希尔伯特计划又称证明论计划, 是在 20 世纪初数学奠基问题的论战中, 由大卫·希尔伯特提出的旨在保卫古典数学、避免悖论以解决数学奠基问题的一种方案。希尔伯特计划的核心问题之一是悖论。如何解决悖论? 本文提出哲学方案, 把双重性逻辑引入数学。其次在计算机科学中运用时围绕双重性逻辑为核心扩展为三个要点: 1、计算机的原始逻辑设定为双重性(X,Y)。2、设定双重性数学逻辑(用二维公式表达)。3、设定标准尺度规则。

本文用例举归纳法从理论角度探讨该哲学方案的可行性。1、例举经典悖论和解决方法。2、常见数学逻辑难题和解决方法举例。3、在应用科学中的运用举例。

2 主要概念简介: 希尔伯特计划、双重性原理、二维逻辑公式

2.1 希尔伯特计划简介

希尔伯特计划是由大卫·希尔伯特在 1920 年提出的, 关于公理系统相容性严谨证明的一项数学计划。这个计划的主要目的是为全部的数学提供一个安全的理论基础, 让所有数学用一种统一的严格形式化的语言, 并且按照一套严格的规则来使用。

完备性: 我们必须证明以下命题, 在形式化之后, 数学里所有的真命题都可以被证明(根据上述规则)

相容性: 我们必须证明, 运用这一套形式化和它的规则, 不可能推导出矛盾。

保守性: 我们需要证明, 如果某个关于“实际物”的结论用到了“假想物”(如不可数集合)来证明, 那么不用“假想物”的话我们依然可以证明同样的结论。

确定性: 应该有一个算法, 来确定每一个形式化的命题是真命题还是假命题。

【作者简介】黄涛(1969-), 男, 中国浙江温州人, 从事辩证法(双重性原理)研究。

2.2 双重性原理简介

中国古典哲学认为世上所有事物都存在普遍性规律，就是都具有双重本质属性。我们目前还不可能用无穷例举法，例举从社会科学到自然科学、从宏观宇宙到微观粒子来证明这个哲学观点。所以，数学命题具有双重性本质和规律是本文的前提假设。

双重性原理的狭义和广义概念：

双重性是哲学概念，狭义双重性指所有事物都具有双重性的本质和内在属性。

本文所指双重性原理是广义概念，指事物的双重性包括三个部分，外在表象的二象性和内在属性的双重性及它们之间的相互逻辑关系。

所有事物都具有一对相互矛盾的外在表象的二象性或内在属性的双重性，例如：波和粒、叠加态、质和量、曲直、左右、加减、正负、乘除、乘方开方、时和势、微分和积分、狭义和广义、相对和绝对、有序和无序、动静、深浅、大小、内外、远近、快慢、轻重、点和线、点和圆、零和整、虚实、分合、先后、纵横、拙巧、利弊、进退、来去、升降、德威、取予、强弱、繁简等，从自然科学到社会科学千变万化。

双重性原理除了表达事物外在表象的二象性和内在的双重性，还表达了另一层意思就是以上所例举事物中的一对矛盾现象之间的相互逻辑关系，例如原理、规律或方法论。它们相互之间逻辑关系举例：双重性关系、二象性关系、矛盾统一关系、极反关系、平行关系、交叉关系、互变关系、对偶关系、相对绝对关系、互补关系、不确定关系、不完备关系、增减关系、同异关系、相融关系、螺旋关系、环绕关系、排斥关系、函数关系等。

古典哲学认为宇宙中的事物存在普遍性的同一律，就是双重性本质。因为事物有双重性的本质和内在属性，所以事物从开始产生，就决定了具有表象的二象性。双重性是哲学概念，二象性是具体形态，为了表达方便我们把能感知的所有事物的双重性、二象性以及它们相互之间的矛盾关系，统一总结为双重性原理。从双重性规律这一点出发，能解开事物的许多奥秘。

2.3 二维逻辑公式

二维逻辑公式是双重性逻辑的核心概念。以上介绍了双重性原理，那么我们现在要面对的问题是，如何把双重性原理这种辩证思想，推导、转化或表达为形式逻辑或通用的数学公式？最先想到的是利用坐标系表达。就是把双重性展开为二维，用最常见的二维坐标系表达，数学公式 $F=(X.Y)$ 。双重性逻辑公式也可简称为二维逻辑、二维算法或二维公式。须注意 $X.Y$ 上下排列结构表达更为便捷。公式还可以扩展为多重逻辑或多维度逻辑，例如扩展为 $F=(X.Y.Z.A.B)$ ，或扩展为平面阵列或立体几何阵列，本文统称为二维逻辑或二维算法。以下介绍公式的组成部分。

2.3.1 公式中的 X 和 Y

公式 $F=(X.Y)$ 中的 X 和 Y ，它们表达为一个命题 F 具有双重性质 $X.Y$ 或两个变量 $X.Y$ 。或一个程序 F 具有两个分系统 X 和 Y ，也可以表达为两个任意集合或一个区间的上下限等。并且 X 和 Y 遵循各自的逻辑或运算规则，例如在数学运算时， X 前面用 $(\sqrt{\quad})$ 运算符号代表该 X 项是开平方。

2.3.2 公式中的小数点

公式 $F=(X.Y)$ 的 X 和 Y 当中的小数点 $(.)$ 最容易被忽略， $(.)$ 代表 X 和 Y 的相互逻辑关系，以此把 X 和 Y 相互关联。 $(.)$ 可以设定为任意一个逻辑符号或多个逻辑符号或多重逻辑，或不设定时默认为平行运算或并列运行。例如加法运算， $(.)$ 可以定义为加号 $+$ ， N 次乘方就定义为乘方符号 $^$ 。例如 $1+1=2$ 用二维公式表达为 F 的值阈为求和：(值阈：求和) $F=(1+1)$ ，就是说数学和思维的基础从 1 加 1 开始就是双重性逻辑。

2.3.3 公式中的值阈

公式中 F 前面的(值阈)非常重要，值阈指 F 的取值范围。 F 的值阈必须符合标准尺度规则，这是解决悖论的关键逻辑之一。所谓标准尺度就是命题本身以及公式中 F 、 X 、 Y 各项必须有严格的定义范围。定义范围要素包括数量、性质、时间或规则等。定义范围可以是一个精确的点或一条分界线，或一个区间等任意条件。取值范围根据该命题的特定情况设定。

2.3.4 二维逻辑公式的真值以及真值和悖论的关系

二维逻辑公式 $F=(X.Y)$ 有多少个真值？目前还不确定，感兴趣的朋友可以深入研究。本文所例举的就有十种，例如 $F=(X.Y)$ 可以确定的有四个真值，分别为 F 等于 $(X.0)$ 、 $(0.Y)$ 、 $(X.Y)$ 、 (0.0) 。根据以上所例举四个真值可以确定二维逻辑是多值逻辑，在所有命题中不仅仅只有真命题和假命题两种真值 $(X.0)$ 、 $(0.Y)$ 。其中还包括既不能证明又不能证伪的矛盾真值 (0.0) 例如不完备定理。还包括双重性的矛盾真值 $(X.Y)$ ，它既是真命题又是假命题，这就是为什么我们经常会推导出两个自相矛盾的结论或悖论的原因。双重性或矛盾性是所有理论中都必然存在的客观规律，具有矛盾性的真值 $(X.Y)$ 或 (0.0) 也是真值不能全盘否定。

3 常见数学悖论和运用二维逻辑解决悖论举例

本章是全文重点，论述运用二维逻辑和标准尺度规则解决常见的经典悖论。

3.1 悖论概念

悖论也称佯谬或诡局。指的是一种导致矛盾的命题从逻辑上无法判断正确或错误。或者，按普遍认可的逻辑推理方式，可推导出两个对立的结论，形式为：如果事件 A 发生，则推导出非 A ，非 A 发生则推导出 A ，而这两个结论都能

自圆其说。

3.1.1 悖论分类

悖论种类很多目前还没有统一分类，本文把悖论大致分为四类：悖论、二律背反、集合悖论、标准尺度悖论。

第一类悖论，是我们通常所说的自指时所产生的逻辑矛盾。例如说谎者悖论：“我在说谎”。第二类悖论为二律背反，举例：爱瓦梯尔要不要交学费。第三类是集合悖论。举例：理发师悖论、书目悖论等。第四类悖论为各种无法准确分类的悖论，统称为标准尺度悖论。举例：真理碑悖论、循环逻辑悖论、统计学悖论、涉及无穷大或无穷分割等悖论。

3.2 运用二维逻辑和标准尺度规则解决悖论举例

以上介绍了各类悖论，那么用二维逻辑和标准尺度规则是否可以解决悖论？以下例举几个具有代表性的各类型悖论，总结其中规律并探讨最终解决方案。学费悖论、真理碑悖论、理发师悖论、循环逻辑悖论等。

3.2.1 爱瓦梯尔要不要交学费

古希腊著名的诡辩学者普罗泰哥拉斯有个学生叫爱瓦梯尔，两人签了一份合同，老师向学生传授法律知识，分两次付清学费：第一次，在开始授课交付，第二次，在结业后学生第一次出庭打赢官司后交付。交上第一次学费几年后学生结业了，但是不想做法律工作，过了很长时间总不交第二次学费。

老师等了再等火了，要到法庭去告学生。学生却对老师说：“只要你到法庭告我，我就可以不付费。因为如果我官司打赢了，依照法庭的判决就不会把钱给输的人。如果官司打输了，依照合同第一次出庭败诉，我也不会把钱给你。因此，无论我在这场官司中打输还是打赢，都不可能把钱给你。”

老师听后却反驳说：“如果我打赢了官司，依照法律的判决，你当然要付学费给我。如果打输了，你也要付学费给我，因为合同上就是这样写的。所以，不论输赢你都要向我交第二次学费。”于是两个人都怀着必胜信心走进了法庭。

解法：如何判决这个案件，第二次学费要不要交是个两难问题。其实我们无需听两位大师的精彩辩论，运用标准尺度规则和二维公式计算就简单明了。设老师的辩论为 X 学生的辩论为 Y ，设 x 和 y 之间逻辑（ \cdot ）为平行运算或并列关系。根据合同的规定， F 的标准尺度即 F 值阈的定义范围有两个条件：1、学生第一次打官司以后。2、必须是胜诉。所以用二维公式表达：（值阈：1、学生第一次打官司以后 2、必须是胜诉） $F = (X \cdot Y)$ 。二维公式计算结果为： $F = (0 \cdot 0)$ 。由此判断，因为不满足 F 值阈的 1 和 2 两个条件， X 和 Y 都不符合 F 的取值范围，所以 X 和 Y 都是无效辩论。就是说本案根据合同规定的时效还未到，二人都没有要求对方付款的权力或向对方履行付款的义务。因为不符合合同规定的时效和立案条件，法院可以不接收这个案件。

当然，按现代法律不予立案是最公正的处理方式，在

法理上能最大程度保护双方当事人的合法权益。但是在司法实践中双方一致要求司法解决的情况也有，只是这种情况更适合庭外调解或仲裁程序。从而避免在法庭上一次性同时做出两个自相矛盾的判决，例如“因为不符合合同时效，所以判决老师输了官司。所以判学生当庭支付第二次学费。”如果看不清可以参照一事不再理原则。就是说这个判决相当于，老师到法庭告学生，判决是老师输了案件 A ，然后老师第二次又以该案件 A 上诉。根据一事不再理原则老师已经无权再次以同个案件 A 上诉，也失去了案件 A 的合同规定的权益。当然本文是从哲学角度分析问题，具体法律条文以有权机构的司法解释为准。

小结：本案的核心逻辑是合同的时效问题，而不是二位大师的精彩辩论产生的两难判决。从以上悖论案例可以看出运用标准尺度规则，在解决因合同的具体条文产生争议时的决定性作用，证明该规则可以避免本案的二律背反现象发生。

3.2.2 真理碑悖论

真理碑悖论：在死亡岛上的强盗规定，所有人必须说一句话然后判断其真伪。说真话的杀死在真理碑前，说假话的杀死在谎言碑前。有个智者说：“我会死在谎言碑下”，这时出现了两难问题，既不能杀死在真理碑前也不能杀死在谎言碑前就只好把他放了。

真理碑悖论是经典的两难问题，我们可以直观理解二维逻辑公式的四个真值，和其中产生悖论的几个逻辑。那么，真理碑悖论是否也和上述学费悖论一样有共同的规律可循？

分析：真理碑悖论之所以经典，是因为并非只有以上一个答案能逃过死劫，上述这个答案的逻辑为：既不是真命题又不是假命题（ $0 \cdot 0$ ）。同样智者说：“我会死在真理碑下”也不能杀他，因为两个碑前都可以杀他。但两个碑前都会死，这个逻辑与题目规定的只能是真话或假话，而且唯一一个碑前死相冲突。就是说他这句话的逻辑：既是真命题又是假命题（ $X \cdot Y$ ），那么他这句到底是真话还是假话？明显与题目要求不符，所以必须放了他。

不止以上的逻辑矛盾，用否定句式也是同样情况。例如：“我不会死在谎言碑下”和“我不会死在真理碑下”。根据以上信息可以看出二维逻辑是多值逻辑，本题已经有八个真值。分别为 F 等于（ $X \cdot 0$ ）、（ $0 \cdot Y$ ）、（ $X \cdot Y$ ）、（ $0 \cdot 0$ ）。用负号表示否定句式， F 等于（ $-X \cdot 0$ ）、（ $0 \cdot -Y$ ）、（ $-X \cdot -Y$ ）、（ $-0 \cdot -0$ ）。其中矛盾真值或两难真值为：（ $X \cdot Y$ ）、（ $0 \cdot 0$ ）和（ $-X \cdot -Y$ ）、（ $-0 \cdot -0$ ）。

还有另外的矛盾真值或两难真值吗？答案是肯定的。例如智者说：“我今天不死以后会发财”或者“我今天没死以后也不会发财”。那么 F 的值同时符合四个逻辑，例如前面一句话他的未来有四种可能是同时存在的：他发财了（ $X \cdot 0$ ）、他还是穷（ $0 \cdot Y$ ）、他既发财了又还是穷（ $X \cdot Y$ ），

因为创业成功又破产了、他既没发财也没穷(0.0)，因为他出了死亡岛就意外身亡。这两个答案同样无法判断是真话假话或命题真假。从以上举例可知在二维逻辑中的真值至少有十种，究竟有多少种真值还待研究。但可以肯定，以我们固有的一维逻辑思维或者说仅仅以真命题或假命题两种情况为标准去判断任意一个命题是不可能的。因为从以上例举可以证明，命题不仅只有真命题和假命题两种，而且还存在亦真亦假和非真非假等矛盾真值。那么，我们如何才能避免这些矛盾逻辑的发生？或者说有没有一种可能，设定一两个规则就可以让所有人都逃不出死亡岛？

根据以上信息可知。1、二维公式是多值逻辑，从真理悖论可知。所以命题不能单纯的以真命题和假命题这种二维逻辑的标准去评判。2、悖论的产生都有自指性。从学费问题和真理碑两个悖论可知，自指包括命题本身或主客体。3、二维公式中F的值阈符合严格的标准尺度可以解决悖论，从爱瓦梯尔的学费可知。

从以上几条重要信息可以看出标准尺度规则可以避免学费悖论的发生，那么此规则对真理悖论是否同样有效？答案是肯定的。真理悖论在自指时，严格定义时间范围同样可以杜绝矛盾逻辑的发生。即规定每个人在自指时必须要有明确的时间范围。例如定义时间为现在，时效仅为一秒，那就没人能逃出死亡岛。在自指时说“我现在会死在真理碑下，”一秒钟内这事件不会发生可以直接判定为假话。我们再以集合悖论为例，验证标准尺度规则是否也同样有效。

3.3 理发师悖论

理发师悖论是集合悖论的一种，其核心问题是：在集合悖论中，集合是否可以自己的元素？表达形式为 $S=\{x:x\notin x\}$ 。理发师打广告说“我只给，不给自己理发的人理发。”问题是，理发师能不能给自己理发？

疑问：在理发师悖论中的最大疑点是，理发师本人属于集合A，“给自己理发的人”。还是属于集合非A，“不给自己理发的人”？根据以上题目给定的内容根本无法确定。

如何解决这个问题我们先换一下思路，在上文已知利用标准尺度规则可以解决悖论。那么理发师悖论是否也存在这种规律呢？比如严格定义命题中的某个性质，把理发行为定义为营业活动。那么，理发师给自己理发不收费不属于营业活动，在逻辑上就没有问题。再例如严格定义命题的时间范围为现在，“我只给，现在不给自己理发的人理发。”同样是A和非A的关系，但在逻辑上也没有矛盾，理发师同样可以给自己理发。以上两个例子可以看出，按照严格的标准尺度规则就没有逻辑问题，那么问题究竟出在哪里？

3.3.1 疑点解析

我们再回到上面的疑点，理发师本人到底属于集合A还是属于集合非A？本论认为双重性规律存在于从零维度到多维度的各种事物，就是说理发师悖论中的逻辑自反性

$S=\{x:x\notin x\}$ ，其自己反自己的逻辑矛盾的根源是因为双重性引起的。如何证明这个观点？我们可以用中间物“头发”来推理这个问题，先把头发这个概念组成一个集合C，那么集合A和集合非A同属于集合C，而且在集合C中各占一半。那么具体到理发师本人的头发属于哪个集合？很明显，如果把他一个人的头发组成集合C，他的头发不可能有一半属于集合A另一半属于集合非A。所以，他的头发作为集合C只有一种可能的解释。就是理发前和理发后的时间不同，理发师的头发既可以属于集合A也可以属于集合非A，那么前文所提到的理发师本人到底属于集合A还是属于集合非A就可以解释了。因为时间的不确定性引起的理发师既可以属于A又可以属于非A的双重性逻辑矛盾。由此我们可以判断，利用标准尺度规则可以解决理发师悖论。即确定具体时间为现在或理发为营业性质，那么理发师本人属于非A。用二维公式表达为：(值阈：非A)F=(A.非A)，理发师本人属于非A，所以计算结果为(0.非A)这个值符合F的值阈，他是可以给自己理发的。以上可以证明在符合标准尺度的情况下，确定理发师属于非A就不会有逻辑矛盾，其次运用二维逻辑算法就能绕开一维逻辑的自反性矛盾 $S=\{x:x\notin x\}$ 从而避免无论自己属于A还是属于非A，都是自己反自己的逻辑陷阱。

3.3.2 集合悖论的特例

集合悖论中的集合是否可以自己的元素？上文说过在定义范围符合标准尺度的情况下集合可以是自己的元素。但是还有特例可循，即符合标准尺度规则中的性质这个要素，性质指特性，即命题本身就是双重性逻辑。例如用电脑验证书目悖论，在电脑上操作时点击书目和书目这本书，可以无限打开并且重复。为什么？因为在电脑中是以信息为定义范围，而信息和人的思维一样是没有边界可以衡量的。就是说信息或思维具有特殊性质，它的定义范围没有边缘。书目这本书作为集合是自己的元素，而且元素也是自己的集合。逻辑和理发师悖论不同，在电脑上书目悖论的逻辑可以表达为： $F=(\text{书目}\in\in\text{书目})$ ，其中X和Y是相互属于关系用 $\in\in$ 符号代替。意思是F这个命题中X和Y的逻辑是相互属于 \in 或者说是循环逻辑。从以上可知书目悖论在电脑中表达并不是悖论，它本身就是双重性逻辑，因此在逻辑上不存在矛盾性。

根据以上几种悖论，可知形成悖论的特点。1、悖论是因为命题的双重性本质引起的，这是内因也是本文的前提假设。2、二维逻辑是多值逻辑，从真理悖论可知。所以命题不能单纯的以真命题和假命题这种标准去评判。3、悖论的产生有自指性，自指包括命题本身或主客体。4、命题在不符合标准尺度的情况下，就会包含各种可能。从而在不同层面推导出矛盾逻辑，这是引起悖论的外因。5、运用标准尺度规则和二维逻辑可以解决悖论，并且避免一维逻辑自反性的矛盾陷阱，例如集合悖论中逻辑矛盾 $S=\{x:x\notin x\}$ 。

小结：从以上几种悖论类型的共同点，我们可以总结出避免悖论的两个规律。第一必须符合标准尺度。第二必须运用二维逻辑。这里还有一个问题，图灵的停机问题能否运用二维逻辑，避免自反性的逻辑矛盾？表达形式为 $S=\{x|x\in S\}$ ，我们以循环逻辑悖论为例分析这个问题。

3.4 循环逻辑悖论

循环逻辑悖论的核心矛盾：既要程序执行循环逻辑任务，又要避免逻辑死循环。类似的悖论还有图灵的停机问题和无法判定等情况。我们把循环逻辑悖论拆分成两个问题：1、某程序是个循环逻辑，当 X 时指向 \rightarrow Y，当 Y 时指向 \rightarrow X。这是个互指的循环逻辑程序是不会停止运行的，怎么让它随时停止？2、同样是该程序在电脑中执行各种管理任务，包括管理信箱、鱼缸和花园等，如何解决既要执行循环任务又要避免逻辑死循环？

3.4.1 第一个问题，如何让循环逻辑程序停止？

只要把控制程序设为二维逻辑，设 F 值阈为双重性就可以解决。例如手动模式，把 F 的值阈设为双重性逻辑，即开关键。开关键我们也可以分开设定，就是运行和停止，二者的逻辑关系用两竖分隔号 \parallel 分隔。手动操作时点击 F 的运行键并确认就可以运行，须要停止就点击停止键并确认。简单理解就是把 F 设定为开关，控制 X 和 Y 运行或停止。即 X 和 Y 的关系为循环逻辑，用双向箭头符号 \rightleftharpoons 代替，或分别设 X 时指向 \rightarrow Y，Y 时指向 \rightarrow X。二维逻辑的控制程序：（值阈：运行 \parallel 停止） $F = (X \rightleftharpoons Y)$ ，这样随时点击停止都能停止。当然开关键设定为同个按键更简便，第一次点击为开始运行，第二次点击为停止运行。如果是自动模式也可以设定开始或停止在任意时间点或区间。例如把公式反过来写（白天时间·夜晚时间）=（值阈：运行 \parallel 停止）F。

3.4.2 第二个问题，如何让程序既要执行循环任务又要避免逻辑死循环？

用标准尺度规则和二维逻辑可以解决。即把任务分别定义为循环逻辑和逻辑死循环，再用二维逻辑运行。例如自动模式，二维逻辑：（值阈：运行 \parallel 报警 \parallel 停止） $F = (\text{循环逻辑} \cdot \text{死循环})$ 。X 为循环逻辑 Y 为死循环。F 的（运行）这个位置对应的是（X.0），所以值为（X.0）判定可以继续运行。停止对应的是（0.Y），所以值为（0.Y），判定为必须停止。报警的取值范围（X.Y）（0.0），意思是无法判断或没有预设标准就触发报警让管理员处理。程序这样设置可以同时执行循环任务而且避免死循环。

具体情况举例，例如逻辑死循环。程序在执行信箱管理任务时，对方电脑发送的是一份生成式文件有错误被我方退回。对方电脑认为这份是错误文件又退回我方。这时我方就会根据设定的标准尺度规则自查，认定如果我方再次退回是没有意义也没有必要的循环逻辑，所以根据标准尺度规则判定为死循环，所以停止再次退回。根据自查结果对方是首先发送者所以发送信息让对方核查自检，修改后再发送新文

件。如果无法判断时直接报警让管理员处置。这样就可以避免因相互无限退回而形成死循环让信箱崩溃。

3.4.3 图灵停机问题的第一个判定问题：如何自我判定？

第一个判定问题简单表述为，程序只对那些不停机的函数停机，那么程序要不要对自己停机？表达形式为 $S=\{x|x\notin S\}$ 。

这个问题同样用二维逻辑可以判定。当程序把自己作为判定对象时，我们把停机问题中的自我判定标准拆分成两个概念，循环逻辑 X 和死循环 Y。再用二维逻辑中 F 值阈的两个设置（运行和停止）相对应。即运行和停止分别对应 X 和 Y。因为程序本身是循环逻辑即 X，对应的是 F 值阈中的运行。所以判定自己可以继续运行，这样就可以解决停机问题的自我判定问题，而不会有自反性逻辑矛盾。（值阈：运行 \parallel 报警 \parallel 停止） $F = (\text{循环逻辑} \cdot \text{死循环})$ ，解决方法和上一个问题一样。

3.4.4 如何判定某个程序是逻辑循环还是死循环？

这是由标准尺度规则决定的，由管理员根据特定情况设定。标准尺度要素包括定义范围中的性质、数量、时间、规则和算法等。本文推荐的标准是：凡是符合标准尺度规则，合法合理的有必要的可以被计算的并且有数学意义的循环或运算，定义为循环逻辑。凡是不符合标准尺度规则，不合法不合理的没有必要的，涉及无穷大或无穷小而无法被计算的或者没有数学意义的循环或运算，定义为死循环。

当然，标准尺度在实践中须要根据实际情况做出相应调整。例如，工作中某个程序要求在三个月内编辑完成，但是其中一个分支系统的计算量非常大，根据本计算机的运算速度需要 100 年完成计算，明显在时间上没有实际意义。那就需要调整计算时间，设定最多 10 天或 10 个小时为循环逻辑，超过标准尺度的定义为死循环。

3.4.5 图灵停机问题的判定问题之二，如何判定会不会停机？

本文推荐以标准尺度规则中的数量这个要素判定。数量包括需要计算的总量和花费的时间、运算的步骤等，超过标准尺度的判定为不可以停机反之为可以停机。例如标准尺度以无穷小和无穷大之间的区间定义为可以停机。即小于等于 2 的负 1075 次方（ 2^{-1075} ）和大于等于 2 的正 1024 次方（ 2^{1024} ）定义为不可以停机。这里的无穷小我们用无穷分割表示，即大于 2^{-1075} 定义为可以停机，反之则不可以停机。当然在实践中，管理员须根据实际情况适当做出调整。例如超级计算可以完成巨量计算，需要计算的总量就无需以 2^{1024} 作为极限标准尺度。还有一个问题，如果不是数量问题如何判定？和上面一样直接以逻辑循环和死循环判定。

3.5 无穷分割悖论

无穷分割悖论是涉及无穷小的悖论，也可以用标准尺

度规则解决,即特定的无穷分割悖论以该命题特定条件作为标准,设定最小计算单位。例如芝诺悖论中的两分法悖论、阿基里斯悖论、飞矢不动悖论、还有“一尺之捶,日取其半,万世不竭”等。上文说过,大于 2^{-1075} 判定为具有数学意义。但是像芝诺悖论中三种无穷分割悖论和一尺之捶悖论,如果以数量大于 2^{-1075} 作为标准尺度显然是不适用的。例如阿基里斯悖论的标准尺度,以长度单位米或公里作为最小计算单位,距离除以双方速度就能直接得出结论。一尺之捶定义为是烧火用的木柴,标准尺度以最小长度单位厘米计算,也不会产生悖论。上述每次分割小于标准尺度的最小计算单位,对于该命题本身没有实际意义,其循环逻辑也没有数学意义,所以按标准尺度规则小于最小计算单位的无穷分割,判定为逻辑死循环。

3.6 标准尺度悖论举例

本文认为标准尺度规则适用于常见悖论,立论的依据为所有命题都具有双重性本质这一前提假设。因为命题具有双重性本质,所以会在各维度或各层面因循环逻辑而推导出矛盾结论。为避免这种矛盾逻辑的发生,必须用标准尺度予以限制,明确命题本身具体的性质、数量、时间、区域和规则等要素,使双重性确定为某种单一性质或恒定状态,从而避免悖论的发生。我们再例举几个标准尺度悖论,以证明该规则的可行性。

3.6.1 说谎者悖论

“我这句是错的”,这种属于第一种悖论,是我们通常所说的自指性悖论。解决方法以标准尺度的死循环判定,理由是悖论在自指时对于命题本身没有实际意义,其次也没有数学或逻辑上的意义。

那么,“绝对的真理是相对,相对的真理是绝对的。”在自指时出现矛盾性,又如何判定?本文认为这种用数学可以解释或具有逻辑意义的是辩证逻辑或者说双重性逻辑,本身并不是悖论。理由是可以从数学角度解释为是二维逻辑,例如在区间内每个任意点都是绝对值所以相对的真理是绝对的。而在以一个点为标准值的情况下,每个值都无限接近那个点所以绝的真理是相对的。

3.6.2 克里特岛悖论

克里特岛悖论可以列为集合悖论,但自指时无需用死循环判定。理由是命题本身就不符合标准尺度,因为没有人能证明整个岛上的人都是说谎者,其次也没有办法能证明每个人说的每句话都是谎言,而且在事实层面这样的种族也不可能延续。相似情况还有真理悖论中,如果有人说我目前在手掌上有一亿个细菌,即使有显微镜的情况下,同样是无法在一秒钟内准确统计。所以,这类无法证明、统计或者说定义范围中的性质、数量等无法确定的悖论,直接判定为命题本身不符合标准尺度。

3.6.3 沙堆悖论

沙堆悖论涉及量变和质变,还包含从一到无穷大的辩

证关系,用标准尺度规则可以解决。方法和上文无穷分割悖论一样,把命题的定义范围设定为最小单位。就是严格定义沙堆这个概念的最小单位,以避免从量变到质变或者从一趋向于无穷大造成的逻辑矛盾。例如,定义沙堆最小单位是至少两粒以上沙子组成的松散的稳定结构,那么三粒就是沙堆。如果再严格定义,沙堆必须要超过一粒沙子的高度,并且有分层结构。那么把其中一粒放到另两粒上面组成的最小单位就是沙堆。用以上方法就可以避免沙堆悖论,当然还可以继续严格定义,这里就不再论述。此方法对于忒休斯之船悖论也同样有效。

3.6.4 统计学悖论

统计学悖论又称辛普森悖论。辛普森悖论已经有数学解,解决的方法是按各分组的权重乘以一定的系数,以消除分组数据差异。解决方法符合标准尺度的性质、数量、时间、规则之中的最后一项“规则”这个要素,这里规则指算法,证明标准尺度规则在解决数学难题时的广泛适用性。

3.6.5 电车难题

这是伦理学中的经典问题,假设你面前有一辆失控的电车,你可以选择扳动开关改变轨道,但会牺牲另一条线上的人。你会如何选择?

这类悖论主要涉及法律、宗教、道德、国家权义和个人权义等属于社会科学范畴,让社会科学专家或各类专业机构解答为宜,不在本文论述范围以内。

3.6.6 薛定谔的猫

这是量子力学中的一个思想实验,描述了一个处于量子叠加态的猫,既是死的又是活的。叠加态属于双重性原理,建议用标准尺度规则解释。例如,铀235的元素半衰期为七亿年,何时释放一颗 α 粒子是不确定的,可能只几秒或几百万年。对于短期的不确定性和长期的确定性,只要知道上一次衰变的时间,再把猫放进盒子。衰变以几百万年作为最小标准尺度单位计算,接下来一年猫的死亡概率是几百万分之一。所以,用标准尺度规则,猫死活的概率是可以被计算的。

总结:以上所列举的各种类型悖论,包括悖论、二律背反、集合悖论、标准尺度悖论等。其形成悖论或两难问题的特点为:1、悖论是因为命题的双重性本质引起的,这是内因也是本文的前提假设。2、悖论的产生会涉及无穷大、无穷小或具有循环性或自指性特点,自指包括命题本身或主客体。3、命题在不符合标准尺度的情况下,因为事物的双重性包含各种可能状态或性质。所以使我们在不同维度或层面推导出矛盾逻辑,这是引起悖论的外因。4、运用标准尺度规则和二维逻辑可以解决悖论,并且避免一维逻辑自反性的逻辑陷阱,例如集合悖论中的逻辑矛盾 $S=\{x:x\notin x\}$,和停机问题的自反性矛盾 $S=\{x|x\notin S\}$ 。

本文例举各类悖论以及悖论的共同点,总结为解决悖论或避免悖论产生的方法为两条规则。第一、标准尺度规则,

第二、二维逻辑规则。根据以上两条规则我们可以解决所列举的常见经典悖论。由此得出结论，运用标准尺度和二维逻辑可以解决或有效避免悖论，在理论上证明该哲学方案在解决希尔伯特计划中的数学悖论是可行的。

4 二维逻辑在应用科学的运用举例

本章通过应用科学中的举例，目的是从理论角度证明，将二维逻辑引入数学的有效性和可行性。在工业制造中，我们经常会在不自觉的情况下运用二维逻辑。例如，把两个变量设在一起 $F = (X.Y)$ 。数控机床 (CNC) 几个维度的设定 $F = (X.Y.Z.A.B)$ ，还有涡流的全图点阵阵列算法以及光子芯片的并行计算等。这些现象并非巧合，而是因为数学有其必然的共同规律。就是说，在应用科学中凡是涉及数学，都存在这种双重性逻辑 (二维逻辑)。那么，我们能否将这种必然上升为理论，进而在应用科学推广运用？以下例举几个二维逻辑设定，用于解决在计算机科学和 AI 技术等方面遇到的难题，以证明二维逻辑在理论上的可行性。

4.1 AI 自动化设定

人工智能现在还不能完全取代人类工作，那么 AI 技术目前最主要的问题是什么？本文认为，最主要问题是一维逻辑的局限性，导致 AI 不具备思维逻辑能力。所以本文提出 AI 的自动化方案，目的是运用逻辑为通用人工智能 AGI 的实现提供可能途径。AI 自动化的实现，是以二维逻辑为基础使 AI 形成数学逻辑和思维逻辑。AI 自动化，是指 AI 根据指令能自主完成工作任务。自主包括，赋予 AI 在任务中遇到难题时，能够主动提出问题、自主学习并最终解决问题的能力。

现在 AI 在日常工作中还不完善，特别是最简单的让 AI 具身机器人倒一杯咖啡都不会，为什么？因为 AI 不具备思维逻辑。例如从认知上，AI 甚至不知道杯子和咖啡有什么逻辑关系。那么，我们如何才能解决以上问题，如何才能让 AI 像人类一样拥有思维逻辑，如何教会 AI 理解事物、思考和解决问题？

4.1.1 如何让 AI 实现自动化

本文提出用二维逻辑实现 AI 自动化。简单解释就是，我们以二维逻辑为基础，使 AI 拥有数理逻辑能力和思维逻辑能力。就是说，为了让 AI 实现自主完成工作任务，我们运用二维逻辑，以形式化的逻辑语言精确定义任务的全过程和其中的复杂要素，从而使 AI 能够即时自动编程并根据自己编写的程序准确执行指令或完成任务。以下我们用三句话概括自动化设定。

让 AI 学会认知事物。例如一杯咖啡的定义为 $F = (X.Y)$ ，设咖啡为 X，杯子为 Y。当中的小数点 (.) 定义为在什么中。意思就是 F 这个命题的定义为：有咖啡在杯子里定义为一杯咖啡。从智能上，AI 就能根据复合定义准确认知复杂的事物。从逻辑角度讲，就是用二维逻辑让 AI 理解事物

之间存在逻辑关系，以此把各种事物联系在一起。例如咖啡和杯子之间的逻辑关系为在什么中，从而把咖啡和杯子联系在一起。

让 AI 形成思维逻辑。例如给客人递一杯咖啡的思维逻辑就是 $F = (X.Y)$ ，设一杯咖啡为 X，客人为 Y。当中的小数点 (.) 定义为递给。这样以形式化的逻辑语言精确定义任务的全过程从 x 到 y，就能让 AI 形成“给客人递一杯咖啡”的思维逻辑或语言逻辑。

让 AI 学会自动编程。把“倒一杯咖啡”编辑为程序，就是 $F = (X.Y)$ ，设装满咖啡的壶为 X，杯子为 Y。当中的小数点 (.) 定义为注入。意思就是编辑程序为：把壶里的咖啡倒进杯子。用二维逻辑设定，AI 就能自动编程并且根据自己编写的程序执行倒一杯咖啡的任务。再举例，让 AI 把图纸编辑为程序可以表达为 $F = (X.Y)$ ，设 X 为图纸，Y 为程序，当中的小数点 (.) 定义为编写。

以上自动化设定的核心论点：以最简单的二维逻辑 $F = (X.Y)$ 为基础，赋予 AI 思维逻辑能力。那么如何达成这个目标？以上例举了用二维逻辑赋予 AI 三个能力：1、从认知上，二维逻辑通过复合定义能让 AI 准确理解复杂的事物或任务。2、将任务 F 的整个过程表达为从 X 到 Y 的形式逻辑，那么，以此为基础 AI 会形成数学逻辑或思维逻辑或语言逻辑。3、最重要的是，二维逻辑能让 AI 根据任务即时自动编程，并且按照自己编写的程序执行任务。

如果此设定是正确的，还可以实现 AI 在复杂环境中相互协同工作，进一步提高生产效率。那么，在任务中碰到难题时，二维逻辑能否赋予 AI 自主提出问题自主学习并最终解决问题的能力？本文认为二维逻辑能赋予 AI 数学逻辑和思维逻辑能力，所以从理论上说是可以实现的。以上自动化设定中，只要能实现其中一个单项，例如计算机或 AI 根据任务能够自动编程，就可以节省大量的人力、时间和资源，从而极大提高生产效率。因此，以二维逻辑为基础实现 AI 的自动化有现实的迫切性和研究意义。

4.1.2 思维链和思维网络

二维逻辑的作用不仅仅只是简单的数学逻辑，以二维逻辑为基础可以使 AI 形成思维链和思维网络。例如给客人倒一杯咖啡的思维逻辑为 $F = (X.Y)$ ，1、给客人倒一杯咖啡 $F = (X.Y)$ ，设倒一杯咖啡为 X，客人为 Y。当中的小数点 (.) 定义为送给。2、倒一杯咖啡定义为 $X = (A.B)$ ，装满咖啡的咖啡壶为 A，杯子为 B。当中的小数点 (.) 定义为注入。3、一杯咖啡的定义为 $F1 = (C.D)$ 。C 为咖啡，D 为杯子。当中的小数点 (.) 定义为在什么中。

以上通过二维逻辑就会让 AI 形成思维链和思维网络。例如在任务 F 中，从 X 到 A 和 B 会形成思维链。从 F 和 F1 就会形成思维网络，就是说以 F 和 F1 为两个节点，从这两个节点扩展到多维度，各维度相互交错把 F 和 F1 两个节点以逻辑关系连接在一起形成平面思维网络。依此如果还有节

点 F2、F3、F4 就会以相互交错的逻辑关系，把各节点关联在一起形成立体思维网络。

以上思维链和立体思维网络的形成，是以信息为基础的虚拟网络无需硬件搭建。形成思维网络就可以让 AI 实现复杂的数学运算或形成处理复杂事务的思维逻辑。

4.1.3 用二维逻辑准确定义汉字

二维逻辑可以准确定义每个汉字，目的是让计算机学会使用汉语，使 AI 在应用场景中的人工智能语言和人类的思维语言一致。汉字具有多义性和大信息量等特点，非常适合二维逻辑的复合性和多维度。例如复这个字，(复) $F = (A.B.C.D)$ ，A 定义为动词、B 为副词、C 为名词、D 为形容词，其中 ABCD 各项包含具体的解释，这样就可以准确定义每个汉字。本文认为人类逻辑思维的基础是双重性逻辑，而二维逻辑天然就是为汉语而生。相比字母文字动辄百万级的词汇量，中文的高效简捷和大信息量优势，作为 AI 的人工智能语言无疑是首选。

4.1.4 二维逻辑的优势

二维逻辑的通用性极强，而且有极高的扩展性、节能性和兼容性，甚至可以根据需要随意设置为各种逻辑。例如，我们可以把古老计算器“算盘”的珠算引入计算机，用十进制进行数学运算。先定义算盘的每个柱，柱的意思就是算盘上的每一根柱，柱上的每颗珠我们用位来表示。一柱总共三个位，用分隔号 || 隔开，分隔号前面一个位，分隔号后面两个位，设三个位的原因是节省空间。 $F = (\text{空位} || \text{空位} . \text{空位})$ 这个值是全空位代表数字 0。进位规则为分隔号前面的位是十进制，就是定义 $Y=5$ ， $X=10$ 。分隔号 || 后面的两个位为一组，是五进制，定义 $Y=1$ ， $X=2$ 。

加法运算时每次加 1，数字 1 为 $F = (\text{空位} || Y . \text{空位})$ ，数字 2 为 $F = (\text{空位} || X . \text{空位})$ ，数字 3 为 $F = (\text{空位} || X.Y)$ ，数字 4 为 $F = (\text{空位} || X.X)$ ，数字 5 进位到分隔号 || 前面的位，值为 $F = (Y || \text{空位} . \text{空位})$ 。数字 9 为 $F = (Y || X.X)$ ，数字 10 为 $F = (X || \text{空位} . \text{空位})$ 这时要向前一柱进位。珠算的确可以引入现代计算机，能准确定义从 0 到 9 的十个数字，而且运算占的空间更小更简捷。以上设定能证明二维逻辑具有极强的通用性和扩展性。

4.2 二维逻辑的高效性

平面阵列或立体阵列算法的高效性适于信息各类处理，以信息传输为例。例如 $F = (32 \times 32)$ ，就是把 $F = (X.Y)$ 扩展为 32 个维度，每个维度再扩展为 32 个元素组成平面阵列 $F = (32 \times 32)$ 。如果我们平常以这个 32 乘以 32 阵列，从上到下一行一行传输信息，现在，想提高速度如何处理？我们可以 32 行同时传输，这样速度就提高了 32 倍。如果还想提高速度如何处理？把 32 乘以 32 阵列中每个元素作为传输点一次性传输。这个方法如果能实现，可以使音频图像文字的传输速度达到或接近物理极限。

阵列算法在涡流的计算中也有用到，涡流是极难被计算的。科学家现在的解决方法是把涡流做成图形，再把图形中的每个点作为计算值或计算单元，就能非常准确的计算出涡流的变化。这在本质上是二维逻辑中的阵列算法，和上面的全阵列传输算法相近。

4.2.1 二维逻辑在芯片设计中的高效性

在芯片设计中也可以采用全阵列算法提高性能。例如把 32 乘以 32 阵列中的每个元素作为比特，这样设计的芯片如果能实现，就可以让计算机的计算速度和计算量呈几何级增长。例如，拥有 260 个计算核心的申威芯片。

在芯片设计中还可以采用平行运算提高性能，使存算一体化芯片成为可能。例如把芯片的逻辑门设定为二维逻辑 $F = (X.Y)$ ，X 和 Y 是平行运算，X 为计算，Y 为存储。当中小数点 (.) 可以设为存储和提取双向门，当然为提高运算速度也可以不设。这样以平行运算设定，可以实现芯片的存算一体化，例如现在已有的并行运算的光计算芯片。如果还想提高速度可以把逻辑门设定在每个运算单元上，即设定在 $F = (32 \times 32)$ 中的 1024 个运算单元上更高效。平行算法还可以把各类功能集成在一个芯片上，成为多功能芯片 $F = (X.Y.Z.A.B)$ 。例如市场上已有的声卡显卡一体化芯片。

4.3 二维逻辑的安全性

阵列算法的安全性或保密性，是基于阵列中各元素的排列组合趋向于无穷的基础上，因为破解所需要计算的量非常巨大，从而具有不可被破译性。我们以汉字存储或传输时的保密性为例。汉字最常用是三千到五千字，把 5041 个汉字排列为 71 乘以 71 的标准阵列，并且编写为固定的序列号，例如第一行第九个字 (巴)， $F = (01.09)$ 。那么这个标准阵列有多少种排列组合？采用 $F = (71 \times 71)$ 阵列，共 5041 个元素，排列组合总共有 2^{5041} 种。假设有台超级计算机的计算速度为 1 亿的 180 次方 / 每秒，那么截获了以这个标准阵列顺序代号编写的一篇文章需要多少年破解？ $(2^{5041}) \div (100000000^{180})$ 次 / 秒 $\div 3600$ 秒 $\div 24$ 小时 $\div 365$ 天 $= 9.85e69$ 年。就是说，用这个阵列算法传输文字是极难被破译的，因为需要计算的量极大。以上还是在未加密的情况下传输，如果打乱原来的标准阵列顺序号相当于换了密码本。只有发送方和接收方知道密码本的情况下，也是极难被破译的。

阵列算法的安全性，还可以用于解决提取随机数。例如任意一个数经过一个确定性算法或多次相除会出现伪随机数，或任意数除以 7 经常会出现 142857 之类有序数列，我们可以把这类现象统称为伪随机数。伪随机数的发生，明显对于提取随机数是不利的。如何解决这个问题本文推荐的方案是用阵列算法替代。就是在 32 乘以 32 的阵列中随机抽取一个排列组合，因为排列组合变化的总数趋向于无穷，所以出现伪随机数的可能性极小。当然这个数列很长，可以压

缩或截取一段作为随机数。

5 三维成像问题

二维逻辑在理论上也可以支持显像技术中的虚像反射，生成全息影像或三维立体影像。通常所说的虚像是指光线的反向延长线会聚形成，缺点是不能用光屏承接。那么，如何解决三维成像问题？现在用二维逻辑提供了可能。理由是已知的虚像是平面镜或凹凸镜成像。现在，假设我们用球形内壁反射光线，那么在球形内部就会形成立体虚像。如果再把球形内壁反射调整一定角度，就会让三维影像在反射球外部显现。所以从理论上说，用立体阵列算法模拟光在这种球形内壁的反射或折射，无需光屏承接就能形成三维立体影像。

6 中文编程战略

计算机编程一向以英文为主导，近年用中文编程的呼声越来越高，这需要一个战略机遇。现在如果我们在计算机科学中引入二维逻辑，就会让中文编程的实现成为可能。理由有三点，首先，中文编程的主要难点是语法结构和汉字的歧义性等特点，现在用二维逻辑就不存在这些困难，因为二维逻辑本身就是复合性逻辑适合汉字的复杂字义。从语法角度分析，中文语法更简洁无需时态或单双数等，有时甚至把文字前后顺序打乱也不会影响阅读，这种语法的多维度特性更适合或者说与二维逻辑一致。其次，在计算机中引入二维逻辑是全新的逻辑，虽然二维逻辑兼容性极强，但在许多应用中仍需要重新设计和编程。这种战略性的机遇，正是开创中文编程的窗口期。最关键还有一点，用中文编程能形成自主知识产权。综上所述，如果二维逻辑能通过全面的系统性

验证，将中文编程研究作为国家战略，制定统一标准并推行就是最佳时机千万不可错失，否则将永远为此付出代价。

小结：以上例举了计算机科学和 AI 技术等方面的应用，从理论角度证明在数学中引入二维逻辑的有效性和可行性。当然在应用科学中的效用还不止于此，有兴趣的朋友可以运用二维逻辑在计算机或 AI 等领域继续深入研究。

全文总结：首先，本文用例举法证明，运用标准尺度规则和双重性逻辑（二维逻辑）可以解决或有效避免希尔伯特计划中的悖论。分别例举悖论中的二律背反、集合悖论、涉及无穷的悖论等。总结为悖论的产生，其内因是事物的双重性，外因是命题定义范围不严格或命题涉及多维度和多层面，从而产生双重性逻辑矛盾。

其次，本文运用二维逻辑在应用科学中的举例，分别例举在计算机科学和 AI 技术等方面具有代表性的难题，例如 AI 的自动化设定等，证明在数学中引入二维逻辑具有可行性。

综上所述，本文的结论：用例举归纳法，证明希尔伯特计划中的数学悖论，运用标准尺度规则和双重性逻辑（二维逻辑）可以解决或有效避免。并通过在应用科学中的举例，从理论上证明，将二维逻辑引入数学具有可行性。

参考文献

- [1] 易经
- [2] 辩证法古典解读之破解悖论
- [3] 佚名. 希尔伯特之梦以及梦的破灭[J]. 语数外学习: 数学教育, 2018(4):58-62.
- [4] 孟昊. 哥德尔可证性逻辑研究[D]. 河北大学, 2024.
- [5] 王文良. 算术命题之真的哲学辨析[D]. 西北师范大学, 2020.