

Research on the Teaching Design and Strategies of 'Rotation of Figures' in Junior High School Mathematics under the Guidance of the New Curriculum Standards

Xiangyu Fang Lin Qiu Weichun Tu

Qingtaishan Middle School Affiliated to Sichuan Normal University, Chengdu, Sichuan, 610100, China

Abstract

The 2022 version of the new curriculum standards emphasizes the cultivation of students' "Four Basics" and "Four Abilities" guided by core literacy. This article takes the "Rotation of Figures" in junior high school mathematics as the research entry point. Through the analysis of typical example problems, it explores how to cultivate students' abstract ability and reasoning ability by means of the rotation transformation model. The research results show that by constructing half-angle models and transferring geometric transformation thinking, students' transformational thinking and geometric intuition can be effectively enhanced. This research provides specific teaching paths for the implementation of core literacy under the new curriculum standards and has practical guiding significance for geometry teaching in junior high school mathematics.

Keywords

Rotation of graphics Rotational transformation model Core literacy Junior high school mathematics Geometry teaching

新课标导向下初中数学‘图形的旋转’教学设计与策略探究

房香玉 邱麟 涂维春

四川师范大学附属青台山中学, 中国·四川成都 610100

摘要

2022版新课标强调以核心素养为导向培养学生“四基”“四能”。本文以初中数学“图形的旋转”为研究切入点,通过典型例题分析的方法,探究如何借助旋转变换模型培养学生的抽象能力与推理能力。研究表明,通过构建半角模型、迁移几何变换思维,能够有效提升学生的转化思想与几何直观。该研究为新课标下核心素养的落地提供了具体的教学路径,对初中数学几何教学具有实践指导意义。

关键词

图形的旋转; 旋转变换模型; 核心素养; 初中数学; 几何教学

1 引言

2022版《义务教育数学课程标准》将核心素养培养作为课程设计的导向,明确要求“图形与几何”领域需从运动变化视角研究图形,通过旋转、平移等变换探索变化中的不变量,以发展学生的空间观念、几何直观、抽象能力与推理能力。^[1]作为几何变换的重要形式,图形旋转不仅蕴含“对应点到旋转中心距离相等”“旋转角相等”等性质,更能通过构造全等图形实现线段、角度关系的转化,为勾股定理在

动态几何问题中的应用提供关键桥梁。勾股定理作为初中数学核心知识,其与旋转变换的结合常形成“半角模型”“共顶点旋转”等典型问题,成为考察学生“四基”“四能”的重要载体。

当前初中数学几何教学中,针对图形旋转教学多停留在性质记忆与简单应用层面,学生对旋转变换的本质特征(如“半角模型”中角度与线段的转化逻辑、“共顶点变换”中全等构造的思维路径)理解不深入,导致在复杂动态问题中难以提炼规律,抽象能力与推理能力的培养效果不佳,核心素养的落地缺乏具体可操作的教学策略。^[2]

基于此,本研究以旋转中的“半角模型”“共顶点变换”等特征为切入点,探索核心素养落地的教学路径。通过针对性的教学设计与教学策略,帮助学生突破旋转变换的认知难点,提升对几何变换本质的把握能力,为初中数学教师开展图形旋转教学提供实践参考,推动新课标下“四基”“四能”

【课题项目】四川省教育科研规划课题《基于数据挖掘的初中生数学作业质量管理实践研究》(项目编号: SCJG22A146)。

【作者简介】房香玉(1991-),女,中国四川德阳人,硕士,中学一级教师,从事中小学教育教学研究。

培养目标的有效达成。

2 教学内容分析

“图形的旋转”是初中几何核心内容，是继平移、轴对称后又一基本几何变换，为后续学习复杂几何问题、培养空间观念和逻辑推理能力奠定基础。

学习前有平移、轴对称及全等三角形判定、勾股定理等知识基础，学习后为后续圆、相似三角形等动态问题分析提供方法策略。

教学重点是理解“共顶点+等线段+半角”的本质特征，掌握“旋转构造全等一线段转化一定理应用”的推理逻辑，这是新课标培养抽象和推理能力、实现从解题到建模转变的关键。

教学难点是引导学生在不同图形情境中灵活运用模型，建立系统性思维链，因学生缺乏迁移训练、知识结合复杂、抽象和迁移能力待发展。

3 学情分析

知识基础上，学生已掌握平移、轴对称、全等判定、勾股定理等知识，能应对基础旋转应用。认知水平方面，学生处于具体运算向形式运算过渡，对直观图形易理解，却难以抽象概括本质特征，模型迁移能力弱，在不同情境中难识别同类特征。

学习能力上，学生有一定观察、分析和简单推理能力，可判断旋转对应关系，但复杂动态问题中推理能力有限，难构建严谨逻辑链，知识迁移能力不足，无法快速建立系统性思维链。

学习习惯方面，学生倾向接受直接讲解，缺乏主动探究模型本质的意识，面对综合问题易生畏难情绪。

此外，学生抽象能力进阶困难，难以完成“具体图形→特征提取→模型建构”的思维过程，与新课标核心素养目标有差距。

4 教学目标

(一) 知识与技能：能阐述图形旋转的概念和性质，识别相关模型特征，会用旋转变换构造全等图形，结合勾股定理解决不同图形的几何问题。

(二) 过程与方法：经“具体图形→特征提取→模型建构”过程培养抽象能力，形成严谨推理逻辑链提升推理能力，通过不同案例学习掌握相关思维方法，提高模型迁移和知识综合应用能力。

(三) 情感态度与价值观：感受数学的逻辑性和严谨性，激发学习兴趣，增强自信心和成就感，认识数学应用价值。

5 教学策略选择与设计

5.1 问题导向教学策略

2022版新课标强调以核心素养为导向，注重学生“四能”

的培养，而问题导向教学能通过层层递进的问题链，引导学生主动思考、探究，针对当前教学中存在的学生难以提炼模型本质、思维链不系统等问题，问题导向可推动学生自主构建知识逻辑。

三阶问题链：

①基础层(模型识别)：如“正方形中， AB 与 AD 有何关系？ $\angle BAE$ 与 $\angle DAF$ 的和是多少？”

②进阶层(变换构造)：如“如何通过旋转使 DF 与 BE 集中到同一直线上？旋转后哪些角和线段关系不变？”

③综合层(迁移应用)：如“等边三角形中，能否用类似旋转策略关联 BD 与 EC ？”

问题设置紧扣模型特征，引导学生在解决问题中逐步抽象本质，形成“模型—构造—验证”的思维闭环。

5.2 案例分层教学策略

案例中以“基础—变式—综合”维度进行设计，遵循“具体到抽象”“特殊到一般”的认知规律，能有效解决学生在不同图形情境中迁移困难的问题，助力学生构建系统性思维链，符合皮亚杰认知发展理论中“形式运算阶段”的进阶需求。

三层典型案例：

①基础案例(正方形半角模型)：以线段和差关系为切入，通过“旋转构造全等—半角转化—一线段转化”的步骤，让学生初步建立旋转变换的直观认知。

②变式案例(等腰直角三角形)：突出“旋转构造直角—勾股定理衔接”的推理延伸，对比正方形与直角三角形的共性特征(等线段、半角)，实现模型迁移。

③综合案例(等边三角形)：融合面积计算与解直角三角形知识，学生体会“旋转角度与图形内角的关联性”，提升跨知识综合应用能力。

5.3 “三问训练法”引导策略

三问训练法能针对性解决核心素养培养路径不明确的问题，通过结构化提问推动学生从“机械套用技巧”转向“基于模型的主动构造”，促进抽象能力与推理能力的协同发展，呼应新课标对“四能”要求。

三问训练法：

①模型识别问：“题目中是否存在共顶点等线段？半角与图形内角有何关系？”(如例3中学生识别 $AB=AC$ 、 $\angle DAE=30^\circ$ 与 $\angle BAC=60^\circ$ 的半角关系)。

②变换构造问：“旋转哪部分图形可使分散条件集中？旋转角度如何确定？”(如例2中明确旋转 $\triangle ABD$ 至 $\triangle ACF$ 的合理性)。

③推理验证问：“旋转后如何通过全等或勾股定理建立等量关系？每一步推理的依据是什么？”(如 $\triangle ADE \cong \triangle AFE$ 的条件)。

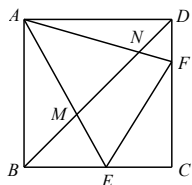
通过上述策略的协同实施，落实“模型抽象—推理训练—迁移应用”的教学框架，让学生在分层案例探究中提升

抽象、推理和迁移能力。

6 教学过程设计

6.1 基础案例

例1.如图,已知正方形 $ABCD$ 中,点 E 、 F 分别在边 BC 、 CD 上,且 $\angle EAF = 45^\circ$,连接 BD 分别交 AE 、 AF 于点 M 、 N 。



判断线段 BE 、 DF 、 EF 的数量关系;

(2)判断线段 BM 、 MN 、 DN 的数量关系。

教师活动:1.呈现正方形半角模型问题(EF 与 BE 、 DF 的关系),采用“三问训练法”引导;2.学生自主完成第(2)问(MN 与 BM 、 DN 的关系),教师巡视指导,重点关注“旋转构造→全等证明→线段转化”的推理逻辑。

学生活动:1.跟随教师引导,逐步拆解问题,在回答“三问”中梳理推理步骤,形成对“半角模型”初步认知。

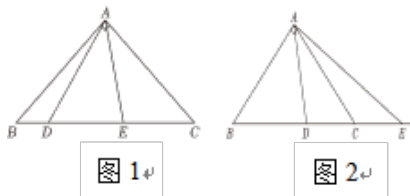
设计意图:通过分层例题设计,实现“模型建立→迁移应用→综合拓展”的能力进阶,符合学生认知规律;借助“三问训练法”和小组合作,培养抽象能力(模型识别)、推理能力(逻辑链构建)和迁移能力(跨图形应用),落实核心素养培养目标。

6.2 变式案例

例2. $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$,点 D 在线段 BC 上,点 E 在射线 BC 上, $\angle DAE = 45^\circ$ 。

(1)如图1,当点 E 在线段 BC 上时,猜想线段 BD 、 DE 、 EC 的数量关系,并证明你的结论;

(2)如图2,若点 E 在 BC 的延长线上时,(1)中的结论是否成立,若成立,请完成证明,若不成立,请写出正确的结论并说明理由。



教师活动:3.给出等腰直角三角形问题,要求学生类比比例1思路,独立完成旋转构造与推理过程,小组内交叉验证;4.选取典型错误案例(如旋转角度错误)进行点评,强调“旋转角度需与图形内角匹配”。

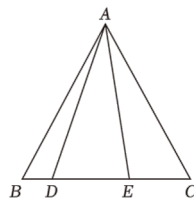
学生活动:2.通过类比迁移,自主解决直角三角形问题,在纠错中强化推理严谨性。

设计意图:借等腰直角三角形情境,引导学生类比迁

移“半角模型”的旋转方法,强化对模型本质的理解,提升应对不同情境的解题能力。

6.3 综合案例

例3.如图,在等边 $\triangle ABC$ 中,点 D 、 E 在边 BC 上, $\angle DAE = 30^\circ$, $BD = 2$, $EC = 4$,求 $\triangle ADE$ 的面积。



教师活动:5.布置等边三角形面积计算问题,提示学生“内角 60° ,思考旋转角度如何设定?如何旋转将 BD 、 EC 与 DE 关联?”;6.学生分组探究,展示解题思路,教师点评突出“旋转→勾股→面积”的综合推理链。

学生活动:3.小组合作探究等边三角形情境下的旋转策略,尝试将线段关系转化为面积计算,体验多知识融合的解题过程。

设计意图:以等边三角形为背景,让学生在合作探究中运用旋转、勾股定理等知识,形成“旋转→勾股→面积”推理链,提升综合解题能力;进一步深化对“半角模型”通用思想的认知,增强思维灵活性。

7 结论与展望

7.1 结论

本研究以新课标核心素养为导向,聚焦图形旋转与勾股定理结合的问题教学,通过“基础→变式→综合”的案例设计,构建了培养学生抽象能力、推理能力与迁移思维的实践路径,形成以下研究成果:核心素养培养路径的系统性构建通过半角模型、 $\text{Rt} \triangle$ 三边关系、等边 \triangle 面积计算三类案例,验证了“模型抽象—推理训练—迁移应用”的教学框架有效性.学生在案例学习中能逐步提炼“共顶点+等线段+半角”的模型特征(抽象能力),掌握“旋转性质→全等证明→勾股应用”的演绎推理链(推理能力)。

7.1.1 案例设计的分层递进逻辑验证

基础案例1聚焦模型初步建立,通过线段和差关系引导学生识别旋转变换的“构造全等”功能;变式案例2强化勾股定理与旋转的结合,延伸推理链条至“旋转—全等—勾股”三段式结构;综合案例3突破线段关系局限,融合解直角三角形与面积计算,实现多知识综合应用,体现“从解题到建模”的素养进阶。

7.1.2 教学实践的可操作策略提炼

提出“三问训练法”(模型识别问、变换构造问、推理验证问),为教师提供具体教学工具.例如,在案例2中,学生通过“识别 $AB=AC$ 共顶点”“构造 60° 旋转”“验证勾股定理与面积公式”的思维流程,实现抽象与推理能力协

同发展。

7.2 展望

研究局限与拓展方向：本研究案例主要聚焦三角形与正方形，未涉及圆、多边形等图形中旋转与勾股定理的综合应用，后续可探索“圆内旋转变换”“正多边形半角模型”等拓展情境；实践中未系统考察学生个体差异，如不同认知水平学生在模型抽象速度上的差异，需引入分层教学策略研究。

未来研究方向：信息技术融合：结合几何画板等软件，设计“旋转过程可视化”教学工具，帮助学生理解旋转，深化空间观念；探索旋转变换与函数图像、坐标系的综合问题，构建“几何—代数”融合的培养模型；跨学科应用探索：与艺术研究相结合研究“旋转图案设计”中的应用，体现数学核心素养的迁移价值，落实课标“综合与实践”要求。

教学实践的深化建议：教学中可增加“错误案例分析”环节，展示学生因忽略“半角关系”或“等线段条件”导致的推理错误，强化模型应用的严谨性；同时可开发“旋转—勾股”主题的微专题训练，通过“一题多解”“一解多题”的变式设计，进一步提升学生的抽象概括与逻辑推理能力。

参考文献

- [1] 教育部.义务教育数学课程标准(2022年版)[S].北京师范大学出版社,2022.
- [2] 胡顺玲.新课标背景下初中数学核心素养的培养方法探究[J].数理天地(初中版),2023(23):78-80.
- [3] 胡增辉.新课标背景下初中数学课堂教学中核心素养的培养实践[J].名师在线,2023,9(21):58-60.
- [4] 陶雪梅.探究初中数学核心素养的培养方法[J].数理天地(初中版),2022(07):48-50.