# Application of Analogy Teaching Method in High School Mathematics Curriculum Teaching under the Concept of Shallow to Deep Learning: Taking Manhattan Distance Problem as an Example

**Sijia Guo**

Jiangsu Rudong No.1 High School, Nantong, Jiangsu, 226400, China

**Abstract**

High school mathematics curriculum teaching has strong abstract characteristics, making it difficult for students to achieve a deep understanding of knowledge points during the learning process, and learning efficiency will also be greatly affected. Using analogical teaching method to guide students to understand new knowledge with similar knowledge points and form effective transfer can not only improve students' efficiency in accepting new knowledge, quickly form knowledge system construction, but also effectively promote the cultivation of students' core literacy and mathematical thinking. This article takes the Manhattan Distance Problem as an example to illustrate the application value of analogy in high school mathematics teaching. Based on various teaching processes, it explains the specific application forms of analogy learning method, providing reference for related curriculum teaching reform and promoting the effectiveness of curriculum teaching.

**Keywords**

high school mathematics; Analogical teaching method; reform in education

# 由浅入深理念下类比教学法在高中数学课程教学中的应用以曼哈顿距离问题为例

郭思佳

江苏省如东县第一高级中学，中国・江苏 南通 226400

**摘　要**

高中数学课程教学具有较强的抽象性特征，学生在学习过程中难以实现对知识点的深度理解，学习效率也会受到较大影响。利用类比教学法引导学生借助相似知识点理解新知并形成有效迁移，不仅能够提升学生接受新知识效率，快速形成知识体系建构，还能够有效推动学生核心素养培养，推动学生数学思维养成。本文以曼哈顿距离问题一课节为例，在说明类比法在高中数学教学中应用价值基础上，依托各个教学流程说明类比学习法的具体应用形式，以此为相关课程教学改革提供参考，为提升课程教学成效起到应有促进作用。

**关键词**

高中数学；类比教学法；教学改革

## 1 引言

高中数学课程教学活动中，教学方法对学生接收知识效率有直接影响，如没有构建完整的知识体系，必然会对学生知识迁移能力产生影响，进而限制解决问题能力和核心素养的有效培养。类比教学法是以最近发展区理论和学生主体理论为基础的教学方法，合理应用类比教学法，能够引导学生找准新知和已有知识关联点，推动学生学习兴趣和主观能动性的有效发挥。在新知识点学习和解决问题环节，教师选择学生已经学习并深入掌握的知识点，引导学生不断进行类比和联想，能够快速建立不同知识之间的联系，产生多样化的灵感和想象，加深对新知识点的理解，以此促进学生快速实现知识迁移。类比教学法的应用，要求学生依照现有知识逻辑进行合理推断，不断发现知识之间的相似性、关联性和差异性，形成对知识点整体上的认识，以此找出更为有效的解决方法，推动学生逻辑思维和核心素养有效培养。

【作者简介】郭思佳（1998–），女，中国江苏人，本科，中小学二级教师，从事高中数学教育教法研究。

# 2 类比教学法在高中数学教学中的具体应用

## 2.1 明确教学目标确定类比方向

教学目标是教学活动开展的基本导向和遵循，依据教学目标选择合适的教学方法，是提升教学成效的重要路径。以“曼哈顿距离问题”为例，教学目标主要包括三个层次：①让学生掌握绝对值距离的定义和性质。②通过绝对值距离的性质，帮助学生理解曼哈顿距离的定义和性质。③培养学生解决二维网格中的最短路径问题的能力，并理解曼哈顿距离在实际生活中的应用。

## 2.2 数学知识与生活实际类比创设导入情境

数学知识与生活实际有较为密切的关系，利用生活实际创设与知识点相关联的导入情境，能够让学生快速形成对本课节知识点的认识，有效激发学生学习兴趣。以本课节为例，在课堂导入环节，创设“数轴上的距离”情境，学生在前期已经学习并掌握该知识点，从学生熟悉的视角出发进行导入，有利于更好地激发学习兴趣。

教师先提出问题：“在数轴上，如何计算两个点之间的距离？例如，点 $A$ 的坐标为 -3 和点 $B$ 的坐标为之间的距离是多少？”学生在思考后得出答案：$d(A,B)=|-3-2|=5$，说明这个距离就是我们平时理解的直线距离。之后教师讲解“定义绝对值距离”的定义：在数轴上，对于任意两个点 $A$ 和 $B$，它们的距离可以表示为

$$d(A,B)=|A-B|。$$

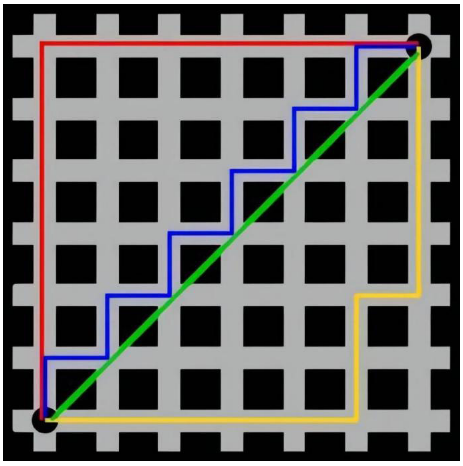
绝对值的意义是“去掉符号，只考虑数值”，所以 $|A-B|$ 就是点 $A$ 和点 $B$ 之间的距离，无论它们在数轴上的相对位置如何。为更好地便于学生理解，利用电子白板画出一个数轴，标出两个点，比如 $A$=-2 和 $B$=3。计算距离 $d(A,B)=|A-B|=|-2-3|=5$，这表示从 -2 移动到 3 的距离是 5 个单位。强调无论 $A$ 和 $B$ 的顺序如何，距离总是正数，比如 $|3-(-2)|$ 仍然是 5。

在学生理解定义时，即可借助生活中的例子进行类比，例如“两个同学的家在数轴上的位置，分别是 2 公里和 5 公里，他们之间的距离是多少？”学生可以直观地理解，这就是一个绝对值距离的问题。帮助学生将数轴上的抽象概念与实际距离联系起来。

## 2.3 问题引导形成知识点过渡

在高中数学教学中，需要引导学生将所需要学习的新知与已有知识联系起来，形成知识体系的快速建构，问题引导则是其中最为有效的方式。以本课节为例，学生在理解“绝对值距离”定义后，教师可以提出如下问题进行引导：

你和朋友们住在一个由横平竖直的道路网格组成的城市中，类似于棋盘上的方格。你们每次出行时，都必须沿着街道走，不能穿越建筑物。



某一天，你需要从家（坐标为 (2,3)）去朋友的家（坐标为 (5,7)）。但是，城市的街道不允许你直接对角线穿行，你只能走水平街道和垂直街道。你想知道，沿着这些街道，最短需要走多远才能到达朋友的家？

我们可以将这个城市的街道网络看作是一个二维平面上的网格。为了计算从你家到朋友家的最短距离，我们不计算直线距离，而是计算你沿水平和垂直街道行走的总长度。这个距离就是曼哈顿距离。进行具体分析：（1）如果你从坐标出发，首先水平移动到坐标 (5,3)，那么你需要水平移动 $|5-2|=3$ 个单位。（2）然后你需要从 (5,3) 垂直移动到 (5,7)，需要垂直移动 $|7-3|=4$ 个单位。（3）所以，总共的步行距离是 (3+4)=7 个单位。这就是曼哈顿距离，它反映了在网格城市中，沿着水平和垂直方向的总路径长度。

最后由学生做出情境总结：曼哈顿距离不考虑对角线或最短直线距离，而是只能沿网格中的水平和垂直方向移动。类似于我们在城市中行走时，必须遵守街道的规则。这个距离的名字来源于美国的曼哈顿区，因为曼哈顿的街道布局非常类似于这种网格结构。在总结后，提出问题引导学生进行讨论：（1）尝试计算从自己家 (1,1) 到学校 (6,8) 的曼哈顿距离。（2）设计一个简单的城市街道图，标注几个建筑的位置（如家、学校、商店、朋友家等），让学生练习计算不同地点之间的曼哈顿距离。

通过这样的情境引入，学生能够从日常生活中联想到数学问题，加深对曼哈顿距离的理解。这个情境贴近现实，直观且易懂，适合高中数学课堂的教学要求。设计一个由绝对值距离延展到曼哈顿距离的高中数学课堂教学，可以帮助学生通过对熟悉的绝对值概念的深入理解，逐步过渡到更复杂的曼哈顿距离概念。定义曼哈顿距离

## 2.4 通过联系和比较进行类比

高中数学知识点之间具有较强的关联性，在教学活动开展中，将具有关联的知识点联系在一起进行类比，能够加深学生对数学性质的理解。以本课节为例，可以从两个角度进行类比：

### 2.4.1 绝对值距离和曼哈顿距离在性质上的联系：三角不等式

绝对值距离和曼哈顿距离都满足三角不等式，即直接从一个点到另一个点的距离不会大于通过第三个点的路径长度之和。

对于绝对值距离，给定点 $A,B,C$：

$$d(A,B) \le d(A,C) + d(B,C)$$

对于曼哈顿距离，对于任意三个点 $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$，它们之间的曼哈顿距离满足：

$$|x_1-x_2| + |y_1-y_2| \le |x_1-x_3| + |y_1-y_3| + |x_3-x_2| + |y_3-y_2|$$
$$d(A,B) \le d(A,C) + d(B,C)$$

### 2.4.2 几何解释的联系

绝对值距离可以视为数轴上的“线段长度”，而曼哈顿距离可以看作是二维平面中沿水平和垂直方向走的距离之和。换句话说，绝对值距离是曼哈顿距离在一维空间中的特例。当二维平面上的两个点只在或轴上有变化时，曼哈顿距离就简化为绝对值距离。

学生在经过类比后，可以得出结论：绝对值距离与曼哈顿距离在这些性质上是一致的，且都遵循距离的基本定义，因此在度量空间中的应用有相似之处。绝对值距离是曼哈顿距离在一维空间的特例，而曼哈顿距离是其在更高维度下的扩展。这些性质使得它们在几何分析和距离度量中具有广泛的应用。

## 2.5 依托活动拓展类比加深对知识的理解

在利用合适方式引导学生完成类比后，多数学生都能够形成对课节重点知识的认识，但是还缺乏对数学性质的深度理解，知识应用能力还较为薄弱，因此在教学活动中，还需要创设合适类型的活动，引导学生进行深度思考和探究，并在合适节点进行性质讲解，帮助学生快速发现问题，并找出解决问题的办法。以本课节为例，在教学活动中可以设计三个具体活动，便于学生进行探究，并通过类比提升解决问题能力，推动学生核心素养有效培养。

活动（1）绝对值距离的三角不等式证明：

绝对值距离的三角不等式是指：对于数轴上的任意三个坐标分别为 $x_1,x_2,x_3$ 的点 $A,B,C$，它们之间的距离满足：

$$d(A,B) \le d(A,C) + d(B,C)$$

证明：

（1）令 $x = d(A,C) = |x_1-x_3|$和$y = d(C,B) = |x_3-x_2|$，那么我们有：

$$d(A,B) = |x_1-x_2| = |(x_1-x_3) + (x_3-x_2)| = |x+y|$$

（2）根据绝对值的性质，任意两个实数 $x$ 和 $y$ 满足三角不等式：

$$|x+y| \le |x| + |y|$$

（3）代入 $x$ 和 $y$ 的值，我们得到：

$$d(A,B) = |x_1-x_2| = |(x_1-x_3) + (x_3-x_2)| = |x+y| \le |x| + |y|$$

即

$$|x_1-x_2| = |(x_1-x_3) + (x_3-x_2)| \le |x_1-x_3| + |x_3-x_2|$$

即

$$d(A,B) \le d(A,C) + d(B,C)$$

利用绝对值距离的三角不等式的图形证明进行类比：绝对值距离的三角不等式是指，对于数轴上的任意三个点 $A,B,C$，它们之间的距离满足：

$$d(A,B) \le d(A,C) + d(C,B)$$

可以通过在数轴上画出这三个点并直观地理解这个不等式：


(1) 在数轴上画出点 $A,B,C$。假设 $A$ 在左边，$C$ 在中间，$B$ 在右边。

(2) 计算从 $A$ 到 $B$ 的距离 $d(A,B) = |x_1-x_2|$，这代表了直接从 $A$ 到 $B$ 的路径长度。

(3) $d(A,C) + d(B,C) = d(A,B)$。这也就证明了三角不等式在数轴上的成立。


$$d(A,C) + d(B,C) > d(A,B)$$

$C$ 点在另一侧同理可证。

活动（2）曼哈顿距离的三角不等式证明

曼哈顿距离的三角不等式是指：在二维平面上，对于任意三个点$A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$，它们之间的曼哈顿距离满足：

$$|x_1-x_2| + |y_1-y_2| \le |x_1-x_3| + |y_1-y_3| + |x_3-x_2| + |y_3-y_2|$$
$$d(A,B) \le d(A,C) + d(B,C)$$

证明：

1. 我们可以分别考虑 $x$ 和 $y$ 方向上的距离：

在 $x$ 方向上，使用绝对值的三角不等式：

$$|x_1-x_2| \le |x_1-x_3| + |x_3-x_2|$$

在 $y$ 方向上，使用绝对值的三角不等式：

$$|y_1-y_2| \le |y_1-y_3| + |y_3-y_2|$$

2. 将两个不等式相加：

$$|x_1-x_2| + |y_1-y_2| \le |x_1-x_3| + |x_3-x_2| + |y_1-y_3| + |y_3-y_2|$$

3. 整理得：

$$|x_1-x_2| + |y_1-y_2| \le |x_1-x_3| + |y_1-y_3| + |x_3-x_2| + |y_3-y_2|$$
$$d(A,B) \le d(A,C) + d(B,C)$$

学生在讨论后总结得出：绝对值距离的三角不等式利用了绝对值的性质，说明两个点之间的距离不会超过通过第三个点时的路径长度之和。曼哈顿距离的三角不等式是对绝对值距离不等式的扩展，在二维空间上分别考虑了方向方向上的距离，并将它们相加。

活动（3）拓展应用

设计绝对值距离的拓展应用和曼哈顿距离的拓展与应用两道题目，作为学生项目任务，引导学生掌握利用知识点

解决问题的方法，并形成类比学习思维，利用类比学习解决具体问题。

## 3 类比思维在高中数学教学中的应用优化

### 3.1 注重前后知识的类比

对高中学生而言，类比学习能力需要以较好的逻辑思维为支持，也就是在学习过程中不仅要形成对知识点概念和性质掌握，具备良好的知识运用能力，还需要注重学生变通思维培养。但是高中数学课程知识框架本身较为抽象，学生在学习过程中会面临“学中忘、忘中学”的现象，学习难度显著增加。因此对教师而言，必须从高中数学课程知识体系本身特征和学情出发，在学习新知识之前，利用学生已经掌握的知识进行类比，引导学生从整体上形成对前后知识的理解，并学会融会贯通，高效形成知识体系的有效建构。在进行类比教学时，可以利用情境导入、支架搭设方式，将所需要类比的内容展示出来，根据学生理解和探究情况进行渗透，引导学生形成类比思维，为解决难点问题和后续深奥知识学习做好准备。

### 3.2 引导学生用类比推理概念和公式

高中数学课程教学活动中，概念和公式内容相对较多，采用传统口述式灌输方式，不仅限制学生的知识接受效率，更会直接影响学习兴趣，因此在这部分内容教学中，更需要引导学生用类比进行推理。学生借助教师所提供的支架进行推理，能够更好地明确新旧知识相似之处，加深对新知识的理解，有效降低学生学习难度。对教师而言，在进行教学设计时，需找准能够与新知识类比的知识点，适应学生思维发展和知识体系建构规律，用简单的概念推理出复杂的概念。针对较为复杂的公式，应当利用类比方法找准与简单公式之间的联系，利用技巧掌握知识，而不是单纯的死记硬背，更好地提升公式运用能力。

### 3.3 注重类比思维的应用

高中数学课程教学活动的有效开展，重点在于培养学生的知识应用能力，单纯依靠课堂时间，难以形成对知识点的有效覆盖，更无法实现应用能力的有效培养。因此在课后自主学习环节，教师应当设计具有代表性的探究项目，引导学生以合适方式进行深度探究，利用拓展项目强化学生类比思维培养，引导学生用自身建构的思维方式分析题目，逐步厘清解题思路，并正确解答问题，真正摆脱传统应试教育的限制。

## 4 结语

高中数学课程教学活动开展中，类比教学方法的合理应用，是有效改变当前固化教学模式不足，提升学生主体参与水平的重要方式。对教师而言，必须切实转变传统教育理念，找准可以类比的知识点和思维联接点，推动学生数学思维有效培养，为学生核心素养形成奠定坚实基础。

## 参考文献

[1] 石天然 , 搡静 , 林子植 . 基于 ACT-R 理论的高中数学教学目标设计 [J]. 教学与管理 , 2024, (09): 85-88.

[2] 韩龙淑 , 柳璎乃 , 李露 . 高中数学新人教 A 版“函数的零点与方程的解”的变化与教学建议 [J]. 教学与管理 , 2023, (15): 66-69.

[3] 董鹏 . 浅谈类比法在高中数学教学中的应用 [J]. 甘肃教育研究 , 2022, (03): 131-133.

[4] 李水标 . 高中数学课程教学中类比推理的应用研究 [J]. 西部素质教育 , 2018, 4 (19): 236.

[5] 彭克臣 . 高中数学学习中类比推理思想的应用论述 [J]. 环渤海经济瞭望 , 2017, (09): 169.