

# Optimization and effect analysis of PBL teaching strategy in linear algebra module of advanced mathematics

Lixia Wang

School of Mathematics and Statistics, Shanxi Datong University, Datong, Shanxi, 037009, China

## Abstract

In the teaching of linear algebra module of higher mathematics, students often lack the consciousness of active construction because of abstract content and rigid form, and the teaching effect has long been at the level of mechanical training and knowledge infusion. PBL teaching concept emphasizes the problem as the core and stimulates students' ability to explore independently and solve problems cooperatively. Challenging problem design should be the key to teachers' teaching design, helping students to learn by doing and thinking by asking questions, and promoting knowledge understanding and ability generation. By introducing PBL teaching strategy and optimizing around task-driven, practice-linked and multiple evaluation, students' learning depth and comprehensive quality can be effectively improved.

## Keywords

advanced mathematics; Linear algebra module; PBL teaching; effect

# 高等数学线性代数模块中 PBL 教学策略的优化与成效分析

王丽霞

山西大同大学数学与统计学院, 中国·山西大同 037009

## 摘要

高等数学线性代数模块教学中, 学生常因内容抽象、形式刻板而缺乏主动建构意识, 教学效果长期停留在机械训练与知识灌输层面。PBL 教学理念强调以问题为核心, 激发学生自主探究和协同解决问题的能力。挑战性问题设计应成为教师教学设计的关键, 帮助学生在“做中学”“问中思”, 推动知识理解与能力生成。通过引入 PBL 教学策略, 围绕任务驱动、实践链接与多元评价展开优化, 可有效提升学生学习深度与综合素养。

## 关键词

高等数学; 线性代数模块; PBL 教学; 成效

## 1 引言

在新工科背景与课堂教学改革持续推进下, 高等数学课程面临从知识传授向能力培养的深层转型。线性代数作为其中的重要模块, 不仅关系到后续课程的学习逻辑, 也直接影响学生的数学素养与应用意识。如何突破传统教学重知识轻应用的局限, 构建以学生为主体、以问题为载体的深度学习课堂, 成为高校教师面临的关键课题。探索以 PBL 为引领的教学策略, 是实现课堂质量提升与学生综合发展目标的重要路径。

【基金项目】山西大同大学教学改革创新项目(项目编号: XJG2024224)。

【作者简介】王丽霞(1979-), 女, 中国山西大同人, 硕士, 讲师, 从事基础数学研究。

## 2 高等数学线性代数模块中 PBL 教学应用意义

高等数学中的线性代数模块具有高度的抽象性与逻辑性, 传统教学模式过于强调知识传授, 容易导致学生学习兴趣不足, 思维参与度不高<sup>[1]</sup>。PBL 教学强调问题驱动和学生参与, 通过设置具有挑战性的问题情境, 引导学生在探究过程中理解概念、掌握方法, 有助于推动知识内化与能力提升。线性代数的学习不仅要求计算技巧, 更需要在解决复杂问题中形成数学思维和建模意识。将 PBL 理念融入教学, 有助于教师转变教学方式, 围绕问题组织教学资源, 推动学生实现从被动接受到主动探究的学习转变。这种转变不仅提升了课堂的有效性, 也拓展了学生将知识迁移到实际问题中的能力, 对后续学科的衔接与综合素养的提升具有积极作用。

## 3 高等数学线性代数模块中 PBL 教学应用现状

### 3.1 教学目标导向不够清晰

当前高等数学线性代数模块在教学目标的设定上, 依然以知识覆盖与基本技能训练为主要出发点, 缺乏与能力培

养、素养提升等深层次目标的有效衔接。教学中存在目标分层不合理、目标表达不具体、目标维度单一等问题。多数课程目标局限于让学生掌握定义、定理和计算技巧,未能体现学生理解、应用与迁移能力的培养导向。在PBL教学理念下,教学目标应以问题解决为核心,既指向知识内容,又关注学生解决问题的过程与思维方式的养成。但在实际教学设计中,教师往往在课程准备阶段忽视对问题导向目标的思考,导致课堂活动与教学目标脱节,学生很难从学习任务中明确自身的成长路径与能力提升方向。目标设置的不清晰还容易引发教师教学重点模糊、学生学习动力不足等连锁反应,阻碍教学改革的深入推进。

### 3.2 教学任务设计缺乏情境

PBL教学强调基于真实或模拟问题展开学习,需要通过贴近实际的情境设置引导学生主动思考和深度探究。然而,线性代数模块的教学任务普遍缺乏对现实问题的引入,往往以抽象符号、典型题型为核心,缺乏任务设计的真实性和挑战性。在部分课堂中,问题被简化为对知识点的验证,缺乏跨章节、跨领域的综合性。情境缺失直接影响学生的学习参与度,也削弱了他们对问题本质的理解与兴趣。同时,任务设计中学生角色参与度不高,任务目标单一、步骤固化,使得学生处于“完成任务”而非“解决问题”的状态,学习行为更偏向形式化和表面化。

### 3.3 教学内容联系实际较弱

线性代数的知识体系本身具有高度抽象性,但其在数据科学、图像处理、工程建模等领域拥有广泛应用。尽管如此,现有教学内容往往割裂于实际问题,知识讲授与现实应用之间缺乏有效连接<sup>[2]</sup>。课程内容过于注重概念的逻辑推演与演算过程,忽视了与生活或专业场景的关联,导致学生难以感知所学知识的价值与用途。知识呈现方式依然以课本为中心,缺少可视化、数据驱动、模型驱动等手段的介入,无法构建起学生对知识应用的直观认知。长期的教学实践表明,如果学生不能将所学内容与自身经验或专业需求建立联系,学习动力和成效将受到显著制约。而PBL倡导的问题设置与学科交叉、实践结合,正是为了解决这一脱节问题。

## 4 高等数学线性代数模板中PBL教学优化建议

### 4.1 聚焦问题导向设计任务

鉴于线性代数知识的复杂性,学生的自主学习是远远不够的,很多重难点的地方需要教师的点拨才能够达到更好的学习效果<sup>[3]</sup>。问题设计应围绕核心概念设问,以“可理解—可操作—可迁移”为原则,做到任务目标明确、问题表达清晰、探究路径开放。对于基础能力相对薄弱的学生,教师可通过问题细化和情境支持降低认知门槛;对于具备较强抽象推理能力的学生,则应提供具有延展性和综合性的高阶任务。问题不应仅以计算为导向,更应促进学生在问题建构、方案设计和反思调整中的逻辑表达与数学建模能力。

例如,教师可设定多层次问题链:第一步,设计问题“判断一个给定的向量组是否线性相关”,通过初步运算让学生熟悉判断方法;第二步,设置问题“解释线性相关性在几何意义上的表现”,引导学生用图像与语言表达抽象关系;第三步,引入问题“在三维空间中,若三个向量线性相关,它们是否能构成立体坐标系?请说明理由并验证结论”,要求学生建立数学模型,通过矩阵秩的判定方式分析向量组的结构。在这一教学环节中,教师引导学生围绕课本例题“向量组 $a_1=(1,2,3), a_2=(2,3,4), a_3=(3,4,5)$ ”展开探究。学生通过构造增广矩阵进行行变换,判断秩是否小于向量个数,并结合几何理解进行表达,进一步建构起“线性相关”与“维度”“空间结构”之间的内在联系。

### 4.2 激发学生主动参与探究

PBL教学重视学生在学习过程中的主动建构与深度参与,因此,调动学生的主体性是提升教学成效的关键。在高等数学线性代数模块中,教师应通过任务驱动与探究引导,使学生从“被动接受”转向“主动解决”。教学中可以通过情境设问、小组合作、角色分工等方式让学生参与到任务分解与路径选择中,从而激发内驱力。课程资源的呈现也应具备开放性,允许学生借助多种工具、方法和视角进行探索。教师要关注学生的学习节奏与差异,在过程组织中通过语言支持、反馈引导和成果展示,持续增强学生的自我效能感。

在“矩阵乘法的运算规则”教学中,为激发学生的主动参与,教师可引导学生围绕“矩阵乘法是否满足交换律”这一问题进行探究。学生在初步计算两个矩阵 $A$ 和 $B$ 乘积 $AB$ 后,尝试计算 $BA$ ,并比较结果。此处可以设置变式问题:“是否存在某些特殊的矩阵满足 $AB=BA$ ?如何刻画它们?”在分组合作探究中,学生查阅教材、推演不同矩阵类型,提出假设并进行验证。为进一步拓展探究深度,教师可以提供课本中的一个矩阵计算实例,例如:“设 $A$ 为 $2 \times 3$ 矩阵, $A$ 为 $3 \times 2$ 矩阵,试判断 $AB=BA$ 的乘积是否相等,并说明原因”,引导学生用具体计算分析矩阵维度与乘法顺序之间的逻辑关系。在小组交流中,部分学生尝试构造单位矩阵、对角矩阵等特例,通过实验与推理得出“矩阵乘法不满足交换律”的一般性结论,并对某些特殊情况进行辨析。

### 4.3 强化理论与实践相融合

《线性代数》教材首先呈现的是包摄范围最广的概念,其次是越来越细化的概念,这种从一般到个体的呈现顺序,符合学生认识新事物的规律<sup>[4]</sup>。在PBL教学框架中,理论知识应通过真实任务或近似实践问题转化为学生能够主动建构和迁移的知识经验。任务的设定应体现“问题—建模—求解—反馈”的逻辑链条,引导学生在动手操作中感知线性代数的功能价值。同时,教师要注意把握理论讲解与实践引导之间的节奏,通过预设任务阶段、过程反馈与实践反思等方式保障学生始终处于深度思考的状态。

在讲授“矩阵与线性变换”的内容时,教师可设置一

个贴近生活实际的问题：“如何通过矩阵实现图像的旋转变换？”这一问题既考查学生对线性变换概念的理解，也要求其掌握二维旋转矩阵的构建与应用。以教材中二维空间向量变换为例，教师引导学生回顾线性变换的表达式，将平面上任意点的位置用列向量表示，并通过构造旋转矩阵

$$R = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

来完成变换任务。学生通过设定不同角度

的  $\theta$  模拟图形在平面上的旋转，体会矩阵与图形几何变化之间的联系。为增加实践性，教师可进一步引导学生使用数学软件（如 GeoGebra 或 Python 绘图）进行模拟展示，促进学生在操作中理解抽象内容。

#### 4.4 优化评价方式促进成长

基于学生学习的教师课堂教学质量信息反馈是检验教学效果的一种方法，也是确定教师的实际教学效果以及学生的学习效果的有效渠道<sup>[5]</sup>。为了调动学生的主动性和责任感，教师应构建“学生自评—同伴互评—教师评价”三位一体的

评价机制，结合结构化评价工具，引导学生在持续反馈中形成自我监控、自我调整的能力，进而实现深度学习目标。

在“求解线性方程组”的教学任务中，教师以物流配送优化问题为背景，组织学生分组探究方案建模与求解。如表1所示，教师可以用于学生任务完成后的自评、互评与教师评价：

学生在完成模型设计与求解报告后，首先根据表格进行自评，分析自身在模型结构、方法选择与表达过程中的表现；接着在小组中交换成果进行互评，重点就逻辑清晰度与合作质量互提建议；教师结合学生陈述和任务展示，进行终评与口头反馈。在评价中，学生逐渐意识到知识掌握只是学习的一部分，如何思考、如何表达、如何合作与优化才是更具价值的方向。借助该三方评价工具，教学不再停留于解题结果的正确与否，而是促使学生不断在“理解—表达—反思”的过程中精进自身的综合素养，真正落实 PBL 教学的育人本质。

表1 高等数学线性代数模块“求解线性方程组”PBL任务三方评价表

评价维度	观察要点	自评	互评	师评
模型构建能力	是否能准确提取任务条件，建立合理的线性方程组模型	☆☆☆☆☆	☆☆☆☆☆	☆☆☆☆☆
解法选择策略	是否能清晰说明所选解法（消元法、矩阵法等）的原理与适用情境	☆☆☆☆☆	☆☆☆☆☆	☆☆☆☆☆
协作与表达能力	是否在小组合作中积极参与，能清晰陈述个人观点并回应他人建议	☆☆☆☆☆	☆☆☆☆☆	☆☆☆☆☆
反思与优化能力	是否能回顾问题解决路径，指出过程中的误差、提出改进建议或推广思路	☆☆☆☆☆	☆☆☆☆☆	☆☆☆☆☆

### 5 高等数学线性代数模板中 PBL 成效分析

通过 PBL 教学策略在线性代数模块中的实践应用，学生在知识理解深度、问题建构能力与合作探究意识等方面均表现出明显提升。相较传统讲授模式，PBL 引导学生主动参与模型构建与策略选择，增强了其逻辑推理与表达能力。教师观察与教学反馈显示，学生在实际任务中表现出的综合素养更为立体，课堂参与度与知识迁移能力同步提升，为后续课程学习打下良好基础。

### 6 结语

综上所述，高等数学线性代数模块教学在 PBL 理念的引导下，逐步呈现出以学生为中心、以问题为驱动的转变趋势。通过任务设计、探究引导与多元评价的融合，学生的参

与意识、思维能力与表达习惯有了积极变化。这种教学探索在实践中展现出一定成效，也为后续课程的持续改进提供了有益参考，具有进一步深化与拓展的可能。

#### 参考文献

- [1] 方敬轩.线性代数视角下的高等数学傅里叶级数教学探索[J].中央民族大学学报(自然科学版),2024,33(04):84-89.
- [2] 李晨毅,文再文.基于Lean的数学形式化简介[J].计算数学,2025,47(02):191-213.
- [3] 商七一.高等数学解线性代数方法运用指导研究[J].数学学习与研究,2022,(32):8-10.
- [4] 王言杰.从教育数学理论出发探讨“线性代数”课程的教学设计[J].理科爱好者,2024,(05):1-3.
- [5] 郭庆.基于课程成绩的粗糙集教学评价——以线性代数为例[J].大学数学,2023,39(02):57-60.