

Research on Teaching of High school Mathematics under the Perspective of Reverse Thinking Training

Jingfa Zhao

No.2 Middle School of Nanbu County, Nanchong, Sichuan, 637300, China

Abstract

In the context of the deepening of quality education and the cultivation of mathematical core competencies, high school mathematics teaching places higher demands on the development of students' thinking abilities. Reverse thinking, as a key way of thinking that breaks through traditional problem-solving models and stimulates innovative awareness, has not been given enough attention in current high school mathematics teaching. Based on this, this paper takes the cultivation of reverse thinking in students as its starting point, first elaborating on the significant importance of cultivating reverse thinking in enhancing students' problem-solving abilities and promoting the formation of innovative thinking. At the same time, by analyzing aspects such as teaching concepts, course design, and students' application awareness, it reveals the existing problems in the cultivation of reverse thinking among high school students. On this basis, the study proposes feasible strategies for cultivating reverse thinking in high school mathematics teaching, mainly involving using formula teaching to improve reverse reasoning ability, employing positive and negative comparisons to deepen cognitive understanding, and reconstructing problem-solving paths to hone problem-solving skills. It aims to enrich the theoretical framework of high school mathematics teaching and promote the comprehensive development of students' thinking abilities.

Keywords

reverse thinking; high school mathematics teaching; teaching strategies; thinking abilities; teaching practice

逆向思维培养视域下高中数学教学研究

赵靖发

南充市南部县第二中学, 中国·四川 南充 637300

摘要

在素质教育深入推进与数学核心素养培育的背景下,高中数学教学对学生思维能力的培养提出更高的要求。逆向思维作为突破传统解题模式、激发创新意识的关键思维方式,当前高中数学教学中并未过多重视。基于此,本文将以学生逆向思维的培养为切入点,先阐述逆向思维培养于提升学生问题解决能力、助力创新思维形成的重要意义。同时通过剖析教学理念、课程设计、学生应用意识等方面,揭示了高中生逆向思维培养的现存问题。在此基础上,研究针对性地提出了在高中数学教学中培养学生逆向思维的可行方案,主要涉及借助公式教学提升逆向推理能力、运用正反对比深化思维认知、重构解题路径锤炼破题技巧等,拟以此助力高中数学教学丰富教学理论、促进学生思维能力全面发展。

关键词

逆向思维; 高中数学教学; 教学策略; 思维能力; 教学实践

1 引言

随着高中数学教学中核心素养教育理念在深入推进,逆向思维在培养学生创新能力与问题解决能力方面愈发重要,逐渐成为教学研究热点。段纪飞、赵秀芹等学者虽已针对核心素养视域下高中数学逆向思维培养策略展开研究,但现有研究仍聚焦相关教学策略理论阐述,针对教学现状系统性分析不足,且在策略实施具体路径、效果验证方面仍存在拓展空间。因此,下述将深度剖析高中数学教学中逆向思维培养的重要意义,结合教学实际提出更具针对性、实操性的

培养策略,以期为高中数学教学实践提供全面支撑。

2 高中数学教学中学生逆向思维培养的重要意义

2.1 提升学生问题解决能力

在高中数学教学中,培养学生逆向思维于提升其问题解决能力至关重要。逆向思维引导学生突破传统正向思维的局限,从问题的结论出发反向推导条件,构建新的思维框架。这一思维方式可使学生在面对复杂数学问题时,快速抓住关键要点,形成独特的解题思路。例如在求解方程根的问题时,逆向思维可帮助学生从“至少有一个正根”反向分析“全为负根”的情况,简化解题过程。

【作者简介】赵靖发(1982-),男,中国四川雅安人,本科,中学一级教师,从事高中数学教学研究。

2.2 助力学生创新思维形成

当前高中数学教学中,教师多采用正向思维教学,导致学生形成思维惯性,很大程度上限制学生创新思维发展。而逆向思维具有批判性、创新性,可较好地打破学生思维定式。通过引导学生从相反方向思考数学概念、定理和问题,促使学生多角度审视高中数学知识,发现新的数学规律。例如在高中函数教学中,从正函数反向推理反函数的性质,助力学生深化对函数本质的理解,提炼新观点。类似思维训练有助于学生摆脱固有模式束缚,激发创新灵感,为今后的数学学习研究提供有力的思维支撑。

3 高中数学教学中培养学生逆向思维的基本现状

3.1 教学理念缺乏逆向思维重视

当前高中数学教学中,部分高中数学教师受传统教学理念束缚,仍以知识灌输和正向解题训练为核心,未将逆向思维培养纳入教学目标体系。这一惯性思维导致教学过程过度依赖因果推导模式,如讲解公式时仅侧重正向应用,忽视逆向变形训练;分析问题时强调由因及果常规路径,缺乏执果索因的思维引导。此外,面对高考压力,高中数学教师倾向于采用题海战术强化正向解题技巧,导致学生逐渐形成了按部就班的思维习惯,难以突破思维定式。

3.2 课程设计缺少逆向思维渗透

目前来看,高中数学课程设计多以正向知识逻辑为框架,从概念引入到例题设置,均未充分考虑逆向思维的渗透需求。例如在概念教学中,多数教师单向讲解定义的内涵,很少引导学生思考概念的逆命题是否成立,如映射概念中未深入探讨逆映射的条件。在公式教学中则仅要求学生记忆公式的正向推导,忽视逆用训练,如解三角形时未强化正弦定理与余弦定理的逆向关联。习题编排也以正向应用为主,缺乏反向构造、反证法等题型设计,导致学生难以在系统学习中形成逆向思维习惯。

4 高中数学教学中学生逆向思维培养的有效策略

4.1 借助公式教学,提升学生逆向推理能力

在高中数学教学中,公式是知识体系的核心载体,而逆向推理能力的培养需依托公式的双向解构与灵活运用。高中数学教师若仅强调公式的正向推导,易使学生形成单向记忆的思维定式,而通过引导学生逆推公式逻辑、逆用公式解题,可有效激活其逆向推理潜能。

以三角函数公式教学为例,教师可从基础公式出发,引导学生进行逆向推导。如在讲解余弦的二倍角公式 $\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta$ 时,除正向推导外,还可引导学生逆向变形成得到降幂公式:

$$\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

基于这一思维逆推训练,必然可使学生理解公式的双向逻辑。既知从 A 到 B 的推导,也明从 B 到 A 的转化过程。再如和角公式 $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$, 逆向推导可得到 $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$, 通过积化和差的逆向应用,可帮助学生在复杂三角函数化简中快速找到解题路径。

在数列公式教学中,逆向思维渗透可有效打破学生在相关数据公式应用中的单向应用惯性,构建更完整的知识逻辑网络。具体参照等差数列前 n 项和公式 $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$, 传统教学往往侧重“已知首项 a_1 、末项 a_n 及项数 n, 求前 n 项和 S_n ”的正向应用场景,如计算“首项为 3, 末项为 21, 项数为 10 的等差数列前 n 项和”, 学生可直接代入公式求解。但类似单向训练易使学生忽视公式中变量的相互依存关系,逆向推理则能引导学生从“已知 S_n 、n、 a_n 反求 a_1 ”的角度重新审视公式。当题目变为“等差数列前 10 项和为 120, 末项为 21, 求首项”时,学生需通过公式变形 $a_1 = \frac{2S_n}{n} - a_n$, 将 $S_n = 120$ 、 $n = 10$ 、 $a_n = 21$ 代入,快速得出 $a_1 = \frac{2 \times 120}{10} - 21 = 3$ 。这一逆向应用可有效强化学生对公式结构的理解,还使其深刻体会到末项与首项在求和公式中具有对称关系,为后续学习等差数列的性质奠定思维基础。

4.2 正反对比教学,深化学生逆向思维认知

在高中数学教学中,正反对比教学是引导学生建立逆向思维认知的有效路径。通过正向知识与逆向逻辑并置分析,可帮助学生打破单一思维定式,从对立统一的角度理解数学概念与规律,进而深化对逆向思维的认知。

在概念教学中,高中数学教师可通过相反概念的对比激活学生逆向思维。具体参照高中数学反函数教学,传统教学往往直接讲解反函数的定义与性质,而采用对比教学时,教师可先复习函数的概念,例如对于集合 A 中的任意元素 x, 集合 B 中都有唯一元素 y 与之对应。在此基础上引导学生逆向思考:若将 y 作为自变量, x 作为因变量,是否能构成新的函数关系? 通过对比函数与反函数的定义域、值域及对应法则,学生可更为直观地理解原函数的定义域是反函数的值域这一逆向关系。

在映射概念教学中,教师可通过属性对比训练逆向思维。例如讲解集合 A 到集合 B 的映射时,先正向说明映射允许 A 中不同元素对应 B 中同一元素(多对一),再引导学生逆向思考:若 B 中元素在 A 中存在唯一原像,这种映射有何特殊性质? 通过对比“多对一”与“一对一”的映射类型。诸如 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b, c\}$, 当映射为 $1 \rightarrow a, 2 \rightarrow b, 3 \rightarrow c$ 时为一一映射,而 $1 \rightarrow a, 2 \rightarrow a, 3 \rightarrow b$ 时为多对一映射。基于此,学生可逆向推导出一一映射是映射的特殊形式,其逆映射也存在的基本结论。通过这一属性对

比,可使学生从正向定义中挖掘出逆向条件,培养思维灵活性。

在高中数学几何教学中,正反对比还可用于定理的逆向应用。具体参照线面垂直判定定理与线面垂直性质定理,正向定理强调若直线垂直于平面内两条相交直线,则直线垂直于平面,而逆向性质定理则表明“若直线垂直于平面,则直线垂直于平面内任意直线”。高中数学教师可设计相应的对比练习:其一,已知直线 l 垂直于平面 α 内的直线 a 和 b (a, b 相交),求证 $l \perp \alpha$ (正向应用);②已知直线 $l \perp \alpha$,直线 $m \subset \alpha$,求证 $l \perp m$ (逆向应用)。通过两种题型对比,学生明确“判定定理是由线线垂直推线面垂直,性质定理是由线面垂直推线线垂直”的逆向逻辑,避免定理应用时混淆。

4.3 解题路径重构,锤炼学生逆向破题技巧

在高中数学解题教学中,引导学生重构解题路径是锤炼逆向破题技巧的关键。当正向思维陷入瓶颈时,教师可引导学生从问题结论出发反向推导,或将问题转化为逆否形式,打破已知、推导、结论的固定模式。例如求解方程 $(a+2)x^2 - 8x + a = 0$ 至少有一个正实数根时 a 的取值范围,若按正向思维分类讨论一正根一负根、两正根等情况,不仅过程繁琐还易遗漏条件。而逆向思考方程无正根的情况,通过韦达定理和判别式先求两根均为负时 a 的范围,再取补集,可快速理清解题思路。通过正难则反的教学路径重构,必然可使学生在对比中体会逆向思维对简化问题的作用。

反证法作为逆向解题的典型方法,在命题证明中可助力重构思维路径。具体参照证明整数平方为偶数时该整数必为偶数案例,学生可先假设整数为奇数并设为 $2k+1$,通过平方运算得出 $4k^2 + 4k + 1$ 为奇数,与已知条件矛盾,从而证明原命题成立²。基于这一反设、归谬、结论的逆向逻辑推理,可有效避免直接证明的复杂推导,使学生在实践中理解逆否命题与原命题等价的数学原理。此外,在立体几何求点到平面距离时,通过等体积法逆向构造三棱锥体积关系,同样可将空间作图难题转化为代数运算,体现了逆向思维在跨知识板块解题中的迁移价值。

4.4 多种方法教学,拓展学生逆向思维应用

在高中数学教学中,采用多元化的逆向思维方法教学,可帮助学生打破单一思维模式,将逆向思维灵活运用于不同题型。教师可通过系统讲解反证法、分析法、反例构造法等策略,结合具体例题引导学生理解每种方法的适用场景,实现逆向思维从理论认知到实践应用的跨越。

反证法的核心是先否定结论,再推导矛盾,这一方法在直接证明困难的命题中尤为有效。例如证明一个三角形中不能有两个直角时,学生可先假设存在两个直角,那么三角形内角和会超过 180° ,与内角和定理矛盾,从而证明原命

题成立。在函数问题中,判断函数 $f(x)=x^2$ 在实数域是否存在反函数时,若假设存在反函数,则对于 $f(2)=f(-2)=4$,反函数中 4 需对应两个值,这与函数一对一的定义冲突,故反函数不存在。通过矛盾否定假设的思维路径,可使学生在逻辑推理中建立逆向思维习惯。

分析法从问题结论出发,逐步倒推所需条件,形成执果索因的思维链条。以证明在锐角三角形中,任意两边的平方和大于第三边的平方为例,学生可从结论入手,思考要证 $a^2 + b^2 > c^2$,只需证 $\cos C > 0$,再结合锐角三角形中角 C 为锐角的条件,逆向关联余弦定理,从而完成证明。在不等式证明中,如证明 $\sqrt{a+1} - \sqrt{a} < \sqrt{a} - \sqrt{a-1} (a > 1)$,可逆向分析需证 $\sqrt{a+1} + \sqrt{a-1} < 2\sqrt{a}$,两边平方后化简得 $\sqrt{a^2-1} < a$,显然成立,这种“从结论反推条件”的方法,可使学生在复杂问题中快速找到推导方向。

通过多种方法的综合教学,学生可根据问题特点选择合适的逆向策略。由此高效解决数学问题,将逆向思维迁移到生活中的问题分析中,实现思维能力与应用能力双重提升。

5 结论

综上所述,在高中数学教学中培养逆向思维是提升学生思维品质的关键路径。研究表明,通过公式双向推导、正反概念对比、解题路径重构及多元方法训练等策略,可有效突破传统教学局限,提升学生问题解决能力与创新思维。未来需进一步深化类似策略的实践应用,强化教学评价与思维发展的联动,为学生数学核心素养的全面发展提供支撑。

参考文献

- [1] 刘红霞. 基于核心素养的高中数学教学评价策略研究[J]. 基础教育论坛, 2025(11): 45-47.
- [2] 杨荣. “双减”背景下高中数学教学提质增效策略研究[N]. 科学导报, 2025-06-11 (B02).
- [3] 徐斯刚. 逆向思维培养视域下高中数学教学研究[J]. 数理化解题研究, 2025(09): 55-57.
- [4] 马洪云. 逻辑思维培养视域下的高中数学教学策略[J]. 教育界, 2025(05): 35-37.
- [5] 刘正阳,李怀忠. “四新”理念下高中数学教学中学生逆向思维的培养策略探究[J]. 数学学习与研究, 2024(36): 58-61.
- [6] 罗天梅. 逻辑思维培养视域下的高中数学教学策略[J]. 数理化解题研究, 2024(21): 39-41.
- [7] 段纪飞. 核心素养视域下高中数学教学中学生逆向思维的培养策略[J]. 数理天地(高中版), 2022(23): 52-54.
- [8] 赵秀芹. 核心素养视域下高中数学教学中学生逆向思维的培养策略[J]. 数理化解题研究, 2021(36): 2-3.
- [9] 党彦平. 核心素养视域下高中数学教学中创新思维培养研究[J]. 启迪与智慧(中), 2021(04): 38.