Mining and Application of Ideological and Political Elements in Linear Algebra Course

Weida Qin　Xianchun Meng　Meijin Luo

School of Mathematics and Physics, Hechi University, Hechi, Guangxi, 546300, China

Abstract

Linear algebra is an important professional basic course for science and engineering majors. Exploring and applying ideological and political elements in the teaching of linear algebra can effectively improve the quality of teaching and education. This paper explores the ideological and political elements of solving non-homogeneous linear equations in the teaching content of the linear algebra course. Taking "multiple solutions to one problem" as the lead and "different paths leading to the same destination" as the entry point, based on the characteristics of the teaching content and knowledge system of the linear algebra course, numerical experiments are designed by applying the idea of Python programming. This paper studies how to integrate ideological and political education into the teaching of linear algebra in the two cases of non-homogeneous linear equations with solutions and without solutions, thereby cultivating students' establishment of scientific thinking concepts and enhancing their dialectical thinking ability and innovative consciousness.

Keywords

Linear Algebra Curriculum-based ideological and political education Python programming ideology "Excavation; "Application

线性代数课程思政元素的挖掘与应用

覃炜达　蒙献春　罗美金

河池学院数理学院，中国 · 广西 河池 546300

摘　要

线性代数是理工科专业一门重要的专业基础课程，在线性代数课程教学中挖掘课程思政元素加以应用，能有效地提高教学育人的质量。本文挖掘线性代数课程教学内容中求解非齐次线性方程组课程思政元素，以“一题多解”为引，以“殊途同归”为切入点，基于线性代数课程教学内容和知识体系的特点，应用了Python程序思想设计数值实验，研究了非齐次线性方程组有解和无解两种情况课程思政如何融入线性代数课程教学中，从而培养学生树立科学思维观念，提升了学生的辩证思维能力和创新意识。

关键词

线性代数；课程思政；Python程序思想；挖掘；应用

【基金项目】教育部产学合作协同育人项目“数学建模思维融入大数据系列课程创新实践教学改革”（项目编号：230805115225602）；教育部产学合作协同育人项目“新工科背景下《线性代数》课程教学改革研究与实践”（项目编号：240903879200352）；河池学院 2023 年教育教学改革项目“线性代数课程思政元素的挖掘与应用”项目类别：A 类项目（项目编号：2023EA015）；广西高校中青年教师科研基础能力提升项目“区间分半法求解矩阵特征值的研究”（项目编号：2022KY0612）。

【作者简介】覃炜达（1983–），男，壮族，中国广西象州人，硕士，副教授，从事矩阵计算研究。

【通讯作者】蒙献春（1995–），女，壮族，中国广西罗城人，硕士，讲师，从事矩阵广义逆矩阵理论研究。

1 引言

线性代数是理工科专业一门重要的专业基础课程，在线性代数课程教学中挖掘课程思政元素加以应用，能有效地提高教学育人的质量。文献 [1] 研究了线性代数课程思政的育人价值与实践探索。文献 [2] 研究了基于案例式教学的线性代数课程思政教学改革实践与探索。文献 [3] 通过图像加密和希尔密码介绍，使得学生在探索科技的同时，对线性代数抽象的内容有更直观的认识。文献 [4] 从可视化的教学内容等方面，展现课程思政元素。文献 [5] 从数学发展史等方面入手，挖掘线性代数课程思政元素。文献 [6] 介绍了新工科背景下，线线代数与课程思政元素的融合。文献 [7-8] 以殊途同归，择优而行为切入点，分别分析了中考压轴题和在数学物理方法教学中融入课程思政元素。受文献 [7-8] 启发，与文献 [1-6] 不同，本文挖掘线性代数课程教学内容中求解非齐次线性方程组课程思政元素，以“一题多解”为引，以“殊

途同归”为切入点，基于线性代数课程教学内容和知识体系的特点，应用了 Python 程序思想设计数值实验，研究了文献 [9] 中非齐次线性方程组有解和无解的两种知识点教学中如何融入课程思政元素，从而培养学生树立科学思维观念，提升了学生的辩证思维能力。大学生时代是一个充满创意和想象力的阶段，而培养创新意识正是在这个时期至关重要的一项任务。创新意识不仅是未来职场成功的关键，更是解决社会问题、推动社会进步的力量。因为不同学科的内容和特点不同，不同学科的教学方式也有区别。与文献 [7-8] 不同，本文在教学中无需强调殊途同归，择优而行，也就是在教学中无需强调哪一种解题方法最佳，旨在培养学生的多元思维，拓展学生的知识边界，不拘泥于一种思维方式和解题方法，让学生学会从多个角度看待问题，激发创新的灵感，从而提升学生的创新意识。

2 问题 1 描述

例 1 求解非齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=1, \\ x_1+2x_2+4x_3=1, \\ x_1+3x_2+9x_3=1, \end{cases}$$

解

方法一

此方程组相当于 AX=b,

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&4\\1&3&9\end{pmatrix},\ X=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$$

首先判断 A 是否存在逆矩阵，求 $|A|$

$$|A|=\begin{vmatrix}1&1&1\\1&2&4\\1&3&9\end{vmatrix}\overset{r_2-r_1}{=}\begin{vmatrix}1&1&1\\0&1&3\\1&3&9\end{vmatrix}\overset{r_3-r_1}{=}\begin{vmatrix}1&1&1\\0&1&3\\0&2&8\end{vmatrix}\overset{r_3-2r_2}{=}\begin{vmatrix}1&1&1\\0&1&3\\0&0&2\end{vmatrix}=2$$

类似的，根据行列式的性质可以求出 $|A_1|=2$，$|A_2|=0$，$|A_3|=0$，

则可以使用克拉默求出

$$x_1=\frac{|A_1|}{|A|}=1,\ x_2=\frac{|A_2|}{|A|}=0,\ x_3=\frac{|A_3|}{|A|}=0$$

方法二

$|A|=2$ 则 A 存在逆矩阵

$$A^{-1}=\frac{A^*}{|A|}=\begin{pmatrix}3&-3&1\\-\frac{5}{2}&4&-\frac{3}{2}\\\frac{1}{2}&-1&\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$，因为 AX=b，则

$$X=A^{-1}b=\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$$

方法三

方法三与方法二一样，区别在于求解矩阵 A 的逆矩阵方法不同

使用初等行变换求 A^{-1}

$$(A,E)=\begin{pmatrix}1&1&1&1&0&0\\1&2&4&0&1&0\\1&3&9&0&0&1\end{pmatrix}\underset{r_3-r_1}{\overset{r_2-r_1}{\sim}}\begin{pmatrix}1&1&1&1&0&0\\0&1&3&-1&1&0\\0&2&8&-1&0&1\end{pmatrix}$$

$$\overset{r_3-2r_2}{\sim}\begin{pmatrix}1&1&1&1&0&0\\0&1&3&-1&1&0\\0&0&2&1&-2&1\end{pmatrix}\underset{r_1-r_2}{\overset{\frac{1}{2}r_3}{\sim}}\begin{pmatrix}1&0&-2&2&-1&0\\0&1&3&-1&1&0\\0&0&1&\frac{1}{2}&-1&\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

$$\underset{r_2-3r_3}{\overset{r_1+2r_3}{\sim}}\begin{pmatrix}1&0&0&3&-3&1\\0&1&0&-\frac{5}{2}&4&-\frac{3}{2}\\0&0&1&\frac{1}{2}&-1&\frac{1}{2}\end{pmatrix}，则\ A^{-1}=\begin{pmatrix}3&-3&1\\-\frac{5}{2}&4&-\frac{3}{2}\\\frac{1}{2}&-1&\frac{1}{2}\end{pmatrix}$$

3 问题 1 数值实验验证

对问题 1 采用 Python 程序思想设计数值实验，Python 程序代码如下：

import numpy as np

A=np.matrix([[1,1,1],[1,2,4],[1,3,9]])

b=np.matrix([[1],[1],[1]])

A_inv = np.linalg.inv(A)　# 计算逆矩阵

print(“A 的逆矩阵为 \n”,A_inv)

result = np.dot(A_inv, b)　# 计算 A 的逆矩阵与向量 b 相乘结果

print(“A 的逆矩阵与向量 b 相乘的结果为 \n”,result)

运行结果参见图 1.

```
import numpy as np
A=np.matrix([[1,1,1],[1,2,4],[1,3,9]])
b=np.matrix([[1],[1],[1]])
A_inv = np.linalg.inv(A)     # 计算逆矩阵
print("A的逆矩阵为\n",A_inv)
result = np.dot(A_inv, b)    # 计算A的逆矩阵与向量b相乘结果
print("A的逆矩阵与向量b相乘的结果为\n",result)
```

```
A的逆矩阵为
 [[ 3.   -3.    1. ]
 [-2.5   4.   -1.5]
 [ 0.5  -1.    0.5]]
A的逆矩阵与向量b相乘的结果为
 [[1.]
 [0.]
 [0.]]
```

图 1　问题 1 数值实验运行结果

4 问题 1 课程思政元素的挖掘与应用

方法一、二、三都讲解之后，在授课过程中通过讲述以下四点对方法一、二、三进行总结和比较，挖掘和应用线

性代数课程思政元素，培养学生树立科学思维观念，提升了学生的辩证思维能力和创新意识。

（1）方法一、二、三，过程不同，但最终答案相同，殊途同归。培养学生树立虽然解题方法不同，只要解题方法正确，得到答案一样的科学思维观念。

（2）方法一、二、三都是首先求 $|A|$ 判断 A 是否存在逆矩阵，通过矩阵 A 的行列式是否等于 0 来判断 A 是否存在逆矩阵。存在逆矩阵的情况，使用行列式，伴随矩阵，矩阵初等行变换来求解，让学生懂得方法一、二、三，虽然解题方法不同，但解题思路也有一定程度的相同，那就是先判断 A 是否存在逆矩阵，让学生懂得求解同一种问题解题方法方法不同，但解题思路也具有共性，提升学生辩证思维能力。

（3）数值实验运行结果与理论解答得到结果一致，告知学生理论与实践相结合、相统一的科学思维意识。

（4）方法一、二、三解题方法不同，最终答案相同，在教学中无需强调殊途同归，择优而行，也就是在教学中无需强调哪一种解题方法最佳，培养学生的多元思维，拓展学生的知识边界，学会从多个角度看待问题，不拘泥于一种思维方式，激发创新的灵感，从而提升学生的创新意识。

5 问题 2 分析

求解非齐次线性方程组

$$\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3=1, \\ 3x_1-x_2+5x_3=7, \\ 2x_1+x_2+2x_3=4, \end{cases}$$

方法四

解 此方程组相当于 AX=b,

$$A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & 5 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix},\ X=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix},\ b=\begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}$$

首先判断 A 是否存在逆矩阵，求 $|A|$

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & 5 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} \overset{r_2-3r_1}{=} \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & -4 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} \overset{r_3-2r_1}{=} \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 5 & -4 \end{vmatrix}$$

$$\overset{r_3-r_2}{=} \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} =0$$

因为 $|A|=0$，通过对 $B=(A,b)$ 进行初等行变换，来判断线性方程组到底是无解还是有无穷多个解。

$$B=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \overset{r_2-3r_1}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & -4 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\overset{r_3-2r_1}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & -4 & 4 \\ 0 & 5 & -4 & 2 \end{pmatrix} \overset{r_3-r_2}{\sim} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 0 & 5 & -4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

可见 R(A)=2,R(B)=3, 故方程组无解

6 问题 2 课程思政元素的挖掘与应用

问题 1 和 2 都讲解之后，对问题 1 和 2 进行总结和比较，挖掘和应用线性代数课程思政元素。

问题 1 和 2 都是首先判断 A 是否存在逆矩阵，求 $|A|$，通过矩阵 A 的行列式是否等于 0 来判断 A 是否存在逆矩阵。告知学生问题 1 和 2 求解方法不同，解题思路也有一定程度的相同，那就是先判断 A 是否存在逆矩阵。问题 1 和 2 都是求解非齐次线性方程组的问题，通过对问题 1 和 2 进行总结和比较，再次告知学生懂得求解同一种问题解题方法不同，但解题思路也具有共性，提升学生辩证思维能力。

7 结论

在线性代数课程教学中，如何选取课程思政切入点，并使用程序思想设计数值实验，通过理论与实践相结合，对照数值实验运行结果与理论解答得到结果一致，不但有说服力，而且还能培养学生树立理论与实践相结合、相统一的科学思维意识。

参考文献

[1] 熊显萍,梁永丁. “线性代数”课程思政的育人价值与实践探索[J]. 兴义民族师范学院学报,2024,10(5):80-85.

[2] 梁填,张文超. 基于案例式教学的线性代数课程思政教学改革实践与探索[J].大学教育,2024(10):82-86.

[3] 张培雨. 课程思政融人线性代数课程教学的探索与实践[J]. 铜陵学院学报,2025(2):97-100.

[4] 詹亮,裴峥. 融入线性代数课程课程思政元素的发掘与实践[J]. 中国教育技术装备,2024,4(07):61-64.

[5] 黄成兴,王志敏. 线性代数融入课程思政元素的切入点研究[J]. 大学,2025(12):112-115.

[6] 汤瑞. 新工科背景下“线性代数”与课程思政融合的探析[J].大学,2025,(S1):115-117.

[7] 祝俊,甄嵘嵘,李志坚,马杰. 殊途同归 择优而行—以“一题多解”为例浅谈数学物理方法课程思政[J].物理与工程,2023，2(33):49-53.

[8] 司华琳. 殊途同归 择优而行—从一道中考压轴题说起[J]. 中小学数学,2020(11):47-48.

[9] 同济数学科学学院.工程数学线性代数(第七版)[M].北京:高等教育出版社,2022.