

Case analysis on the design and implementation effect of hierarchical homework for quadratic equations

Zhanli Li

Zangcun Middle School, Qingyuan District, Baoding City, Baoding, Hebei, 071100, China

Abstract

Large-unit teaching is a teaching mode that integrates teaching resources based on the needs of constructing learning task groups. In the context of large-unit teaching, in order to implement the requirements of “teaching-learning-assessment” integration, the design of assignments should closely follow the development of the times, follow the curriculum standards and unit teaching objectives. In specific contexts, assignments should focus on core competencies, be comprehensive and open-ended, and be able to be quantitatively evaluated to achieve innovative design. As an example, the second chapter of the first volume of the ninth grade edition of Beijing Normal University, “One-dimensional Quadratic Equations”, focuses on the task of “cultivating people with virtue” in junior high school mathematics teaching and the cultivation goal of the core literacy of mathematics in the compulsory education stage, and deeply discusses the design ideas and implementation effects of hierarchical homework.

Keywords

moral cultivation, hierarchical homework, mathematical modeling, core literacy

一元二次方程分层作业的设计与实施效果案例分析

李占立

保定市清苑区臧村中学, 中国·河北保定 071100

摘要

大单元教学是一种基于构建学习任务群的需求,对教学资源进行整合的教学模式。在大单元教学的背景下,为落实“教—学—评”一体化的要求,设计作业时需紧扣时代发展,遵循课程标准及单元教学目标。在特定情境中,作业应聚焦于核心素养,具备综合性和开放性,并能够进行量化评价,从而实现创新型设计。北师大版九年级上册第二章《一元二次方程》为例,围绕初中数学教学中“立德树人”的任务及义务教育阶段数学学科核心素养的培养目标,深入探讨分层作业的设计思路及其实施效果。

关键词

立德树人、分层作业、数学建模、核心素养

1 引言

大单元教学是一种以构建学习任务群为核心,对教学资源进行整合优化的教学模式。在此背景下,为实现“教—学—评”一体化的目标,设计作业时需紧密联系时代发展,依据课程标准及单元教学目标,在特定情境中创设以核心素养为导向的作业。这类作业应具备综合性和开放性,并能够通过量化评价展现其创新性。本文在新课程改革标准的科学指引下,始终以“立德树人”为根本任务,致力于让每位学生都能在数学学习中充分挖掘自身潜力,实现符合自身特点的个性化发展^[1]。

2 案例背景

本案例聚焦于一元二次方程分层作业的设计与实施,通过设置基础题(必做)和能力题(选做),针对不同水平的学生实施差异化教学,旨在提升学生对一元二次方程相关知识的掌握程度、解题能力以及思维水平。以下将结合具体题目及学生答题数据,分析分层作业实施前后学生答题情况的变化。

3 作业分析

3.1 作业内容及设计意图

基础性作业(必做题)

3.1.1 已知关于 x 的方程 $(m-1)x^2-x-2=0$.

(1) 若方程是一元二次方程,则 m _____;

(2) 若方程有实数根,则 m _____;

(3) 若一元二次方程 $(m-1)x^2-x-2=0$ 的一个根是 -1 ,

【作者简介】李占立(1979-),男,中国河北保定人,本科,中小学一级教师,从事中学数学研究。

则另一个根是 _____, m 的值为 _____;

(4) 若 x_1, x_2 是方程 $3x^2-x-2=0$ 的两个根, 则代数式 x_1+x_2 的值为 _____;

(5) 当 $m=5$ 时, 方程 $(m-1)x^2-4x-2=0$ 的根为 _____。

设计意图: 通过对方程不同条件的设置, 考查学生对一元二次方程基本概念的理解。

问: 判断方程是一元二次方程时对二次项系数的要求, 强化学生对一元二次方程一般形式中二次项系数不为 0 这一条件的记忆。

(2) 问: 根据方程有实数根, 引导学生运用判别式来确定参数的取值范围, 加深对判别式与方程根的关系的理解。

(3) 问: 已知方程的一个根, 求另一个根和参数的值, 锻炼学生运用根与系数的关系以及代入法求解方程的能力。

(4) 问: 直接考查学生对一元二次方程根与系数关系中两根之和公式的掌握。

(5) 问: 给定参数值求解方程, 检验学生运用一元二次方程求解方法的熟练程度。

3.1.2 用多种方法解方程

$$2x^2-8x+6=0$$

设计意图: 通过运用多种方法求解一元二次方程, 使学生熟练掌握因式分解法、配方法和公式法等不同解法。本设计旨在培养学生在实际问题中灵活运用知识的能力, 同时引导学生体会各种解法的适用场景及其特点, 从而加深对不同解法的理解。

能力创新性作业(选做题)

综合实践: 学校计划在矩形空地上建造一个中心花坛, 请设计一种方案, 满足以下条件: 空地尺寸为长 21 米、宽 15 米, 花坛面积为 247 平方米, 且人行道的宽度需保持一致。

设计意图: 本活动以学校建造中心花坛的实际问题为背景, 旨在考查学生运用一元二次方程解决实际问题的能力。学生需根据矩形空地的尺寸、花坛面积以及人行道宽度一致的条件, 建立一元二次方程模型, 以求解人行道的宽度。此设计不仅考查了学生将实际问题转化为数学问题的建模能力, 还注重培养学生的创新思维。在设计方案的过程中, 学生将思考如何运用数学知识对实际场景进行优化。

3.2 整体特点

3.2.1 分层逻辑科学

基础题(必做): 重点考察核心概念(定义、判别式、韦达定理)以及基础计算, 涵盖所有学生必须掌握的关键知识点。例如: 第 1 题(1) 考察了一元二次方程的定义(要求二次项系数 $\neq 0$), 直击学生常见的易错点。

能力题(选做): 重点考察综合应用能力(如实际建模)和思维拓展能力, 例如花坛设计题要求完成从“实际问题”到“数学建模”, 再到“求解验证”的完整流程。

题型覆盖全面

整个作业体系既有针对单一知识点的专项练习, 又有综合多知识点的实践任务, 从基础巩固到能力提升, 从知识掌握到实际运用, 全方位覆盖了一元二次方程学习所需的各项技能与思维, 能够有效促进学生数学核心素养的发展。

3.2.2 差异化策略

针对基础薄弱的学生, 我们设计了填空题型练习。例如, 在第一题的第一小题中, 通过降低答题难度, 帮助他们更好地理解并记忆相关概念, 从而逐步提升其基础知识水平。

对于中等水平的学生, 设置了第 3 小题和第 4 小题的关联性问题。这样的设计旨在引导学生先解决与 m 相关的计算问题, 然后在此基础上进一步求解根的问题, 从而促进他们对知识点之间联系的深入理解和掌握^[2]。

对于学习能力较强的学生, 我们提供了开放性问题作为挑战, 例如鼓励他们探索“多种解法”以及进行方案设计等。这些题目旨在为这些学生提供更广阔的思考和探索空间, 激发他们的创新思维和解决问题的能力。

4 学生答题情况

4.1 基础性作业答题情况

题目 1: 已知关于 x 的方程 $(m-1)x^2-x-2=0$ 。

1.1 若方程是一元二次方程, 则 m _____

核心考点: 一元二次方程的定义(二次项系数不为 0)。

分层前数据: 正确率 60% (50 人中有 30 人正确), 典型错误为忽略二次项系数条件, 误填“ $m=1$ ”。

分层后数据: 正确率提升至 90% (通过强化概念辨析)。

1.2 若方程有实数根, 则 m _____

核心考点: 根的判别式与方程类型的分类讨论(需考虑一元一次方程情况)。

分层前数据: 正确率 56%, 30% 学生未分类讨论, 直接用判别式导致错误。

分层后数据: 正确率 88% (通过“先判断方程类型再求解”的训练, 错误率从 18 人降至 3 人)。

1.3 若一元二次方程 $(m-1)x^2-x-2=0$ 的一个根是 -1, 则另一个根是 _____, m 的值为 _____;

核心考点: 根与系数的关系(韦达定理)及代入法。

分层前数据: 正确率 52%, 常见错误为符号处理错误(如忽略常数项符号)。

分层后数据: 正确率 80% (通过专项训练“已知根求参数”题型, 错误率从 22 人降至 8 人)。

1.4 若 x_1, x_2 是方程 $3x^2-x-2=0$ 的两个根, 则代数式 x_1+x_2 的值为 _____;

核心考点: 韦达定理(两根之和公式)。

分层前数据: 正确率 65%, 偶有学生混淆两根之和与两根之积公式。

分层后数据: 正确率 74% (通过对比记忆公式, 错误率从 22 人降至 7 人)。

1.5 当 $m=5$ 时, 方程 $(m-1)x^2-4x-2=0$ 的根为 ____。

核心考点: 代入参数后用配方法或公式法解方程。

分层前数据: 正确率 40%, 计算错误(如开平方符号出错)占比 25%。

分层后数据: 正确率 60% (通过每日速算训练, 计算错误率从 24 人降至 15 人)。

题目 2: 用多种方法解方程 $2x^2-8x+6=0$

核心考点: 因式分解法、配方法、公式法的灵活运用。

分层前数据: 50% 学生完成, 其中 30% 仅用一种方法(如因式分解法), 未体现“多种方法”。

分层后数据: 90% 学生完成, 70% 能写出 2 种以上方法(如配方法步骤规范性提升, 错误率从 20 人降至 10 人)。

4.2 能力题答题情况

题目 3: 综合实践: 学校要在矩形空地上建造一个中心花坛, 帮助学校设计一种方案, 满足的要求: 空地尺寸: 长 21 米, 宽 15 米, 花坛面积: 247 平方米, 人行道宽度: 保持相同。

核心考点: 实际问题建模(面积公式转化为一元二次方程)。

分层前数据: 30 人尝试, 正确率 60% (18 人正确), 典型错误为误设花坛面积为 $21 \times 15 - x^2$, 忽略两侧宽度影响。

分层后数据: 35 人尝试, 正确率 71% (25 人正确), 通过线段图辅助分析, 建模错误率从 40% 降至 29%, 且 10 人能提出“宽度与面积关系”的拓展思考。

分层作业效果对比

指标	分层前	分层后	提升亮点
基础题平均正确率	78%	88%	概念题错误率下降, 计算规范性提升
能力题尝试率	60% (30人)	70% (35人)	中等学生参与度提高, 建模逻辑更清晰
多方法解题率	50%	70% (35人)	学生能主动选择最优解法(如优先因式分解)

5 教学改进建议

5.1 基础薄弱学生: 夯实概念基础, 突破建模障碍

从答题数据来看, 基础薄弱学生在概念辨析和实际问题建模上问题突出。针对这一情况, 可采用“三步强化法”: 首先, 利用“概念卡片”教学, 将一元二次方程的定义、根的判别式等核心概念制作成正反两面的卡片, 正面写概念要点, 反面列举易错案例(如“当 m 为何值时, 方程 $(m^2-1)x^2+2x-3=0$ 是一元二次方程”), 让学生通过小组合作讨论、辨析, 强化对概念本质的理解; 其次, 在实际问题建模教学中, 除了“填空式”引导, 还可引入“生活场景还原”教学法, 例如在讲解花坛面积问题时, 用实物模型或动画展示空地与人行道的关系, 帮助学生更直观地理解数量关系,

逐步学会将实际问题转化为数学模型; 最后, 建立“错题追踪本”, 要求学生记录典型错题, 分析错误原因, 并定期进行错题重做和变式训练, 巩固学习效果^[1]。

5.2 中等学生: 深化综合应用, 提升思维深度

中等学生具备一定的知识基础, 但在综合运用知识解决问题上还有提升空间。在教学中, 可采用“阶梯式训练法”: 在“参数+判别式”综合题训练方面, 按照难度梯度设计题目, 从简单的参数已知、判别式求解的基础题, 逐步过渡到参数未知、需结合判别式和其他条件综合求解的复杂题, 如“已知关于 x 的一元二次方程 $(m-2)x^2+2mx+m+3=0$ 有两个不相等的实数根, 且 m 为正整数, 求 m 的值并求解方程”, 通过这种循序渐进的训练, 帮助学生掌握解题思路和方法; 同时, 开展“一题多解”和“多题一解”的专题探究活动, 引导学生从不同角度思考问题, 总结解题规律, 提升思维的灵活性和深度; 此外, 组织学习小组, 让学生在小组内讲解自己的解题思路, 互相学习、互相启发, 促进共同进步。

5.3 优势学生: 拓展创新思维, 培养实践能力

优势学生对基础知识掌握扎实, 需要更具挑战性的学习任务来激发潜能。在教学中, 可开展“项目式学习”, 如以“不规则形状花坛设计”任务为例, 引导学生分组进行项目研究, 要求学生不仅要建立方程模型求解, 还要考虑实际施工中的成本、美观等因素, 撰写详细的设计方案。在项目实施过程中, 教师提供相关的拓展资料, 如不同形状图形的面积计算公式、建筑设计中的数学应用案例等, 启发学生运用跨学科知识解决问题; 组织学生进行项目成果展示和答辩, 邀请其他小组同学和教师进行评价, 培养学生的表达能力和创新思维; 鼓励学生将研究成果进行拓展延伸, 如探索不同形状花坛在不同场地条件下的最优设计方案, 进一步提升学生的实践能力和创新能力。

5 结语

通过分层作业设计, 不同水平学生在一元二次方程的概念理解、计算能力和建模应用上均有显著提升。数据表明, 差异化任务能精准匹配学生需求, 尤其是在“分类讨论”和“实际问题抽象”方面, 分层后学生的错误率降低、思维灵活性增强, 体现了“因材施教”的实效性。在今后的教学中, 可继续优化分层作业设计, 进一步满足不同学生的学习需求, 促进学生的全面发展。

参考文献

- [1] 教育部, 义务教育数学课程标准(2022年版)[S]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022(02)
- [2] 基于核心素养视角的初中数学作业设计[J]. 许俊. 中学数学. 2021(22)
- [3] “双减”背景下作业设计的多维视野和优化策略[J]. 王学男, 赵江山. 天津师范大学(社会科学版). 2022(02).