Research on the Teaching Practice of Conic Curve Problem Solving Strategies for High School Elite Innovative Talents under the Guidance of Core Competence

Shuyan Li

Dezhou No.1 Middle School, Dezhou, Shandong, 253017, China

Abstract

The "China College Entrance Examination Evaluation System" explicitly identifies "core values, subject literacy, key competencies, and essential knowledge" as assessment dimensions, emphasizing that mathematics education should balance knowledge transmission with literacy cultivation. Under the dual guidance of the core literacy education philosophy and the cultivation of outstanding innovative talents, conic sections, as the core content bridging algebra and geometry in high school mathematics, serve as an important vehicle for implementing core competencies such as mathematical abstraction, logical reasoning, and mathematical operations. Based on the cognitive characteristics and developmental needs of outstanding innovative talents in high school, and combining with the essential knowledge of conic sections, this paper systematically outlines problem-solving strategies under the core literacy orientation, constructs a teaching model of "competency goals—strategy infiltration—practice feedback," and verifies the effectiveness of these strategies through typical cases and teaching experiments, providing theoretical support and practical pathways for cultivating outstanding talents in high school mathematics.

Keywords

Core competencies; Top-tier innovative talents; Conic sections; Problem-solving strategies; Teaching practice

核心素养导向下高中拔尖创新人才圆锥曲线解题策略与教学实践研究

李书燕

德州市第一中学，中国 · 山东 德州 253017

摘　要

《中国高考评价体系》明确将“核心价值、学科素养、关键能力、必备知识”作为考查维度，强调数学教学需兼顾知识传授与素养培育。在核心素养育人理念与拔尖创新人才培养的双重导向下，圆锥曲线作为高中数学衔接代数与几何的核心内容，是落实数学抽象、逻辑推理、数学运算等核心素养的重要载体。本文基于高中拔尖创新人才的认知特质与发展需求，结合圆锥曲线的知识本质，系统梳理核心素养导向下的解题策略，构建“素养目标—策略渗透—实践反馈”的教学模式，通过典型案例与教学实验验证策略的有效性，为高中数学拔尖人才培养提供理论支撑与实践路径。

关键词

核心素养；拔尖创新人才；圆锥曲线；解题策略；教学实践

1 引言

圆锥曲线作为高中数学的“重中之重”，其知识体系兼具代数的抽象性与几何的直观性，不仅是高考压轴题的高频载体，更是培养学生逻辑推理、数学建模等能力的重要内容。对于拔尖创新人才而言，圆锥曲线的学习不仅是知识的积累，更是思维品质与创新能力的锤炼过程。然而当前教学中，部分教师仍存在“重解题技巧、轻素养培育”“重结果呈现、轻过程探究”的问题，导致拔尖学生陷入“机械刷题”困境，难以形成结构化思维与创新解题能力。因此，探索核心素养导向下的圆锥曲线解题策略与教学实践，对拔尖创新人才培养具有重要现实意义。

【基金项目】山东省教育科学“十四五”规划 2023 年度青年自筹课题“高中学段拔尖创新人才选拔与培养的 CLAS 模式实践研究”研究成果（项目编号：2023QC005）。

【作者简介】李书燕（1985–），女，中国山东德州人，硕士，中教一级，从事高中数学研究。

2 核心素养导向下高中拔尖创新人才圆锥曲线难点

核心素养导向下，高中拔尖创新人才培养更注重数学抽象、逻辑推理、数学运算等关键能力的提升，而圆锥曲线作为高中数学几何与代数融合的核心载体，其学习难点集中体现为素养能力的综合突破障碍。

其一，数学抽象与直观想象的融合难点。圆锥曲线的定义蕴含几何本质与代数表达的深层关联，拔尖学生需突破“形”与“数”的割裂认知，如从椭圆的轨迹生成过程抽象出“到两定点距离之和为定值”的本质，再转化为标准方程时，易忽视参数几何意义与代数符号的对应关系，难以构建“几何特征—代数模型—性质推导”的完整思维链。

其二，逻辑推理与复杂运算的协同难点。圆锥曲线综合题常涉及定点、定值、最值等问题，需结合函数、不等式、向量等知识综合推理。拔尖学生虽具备基础推理能力，但在多知识点交叉场景中，易出现推理逻辑断层，且运算过程中因参数增多、代数变形繁琐，常出现计算失误或优化意识不足的问题，难以高效实现“推理方向预判—运算路径优化—结果验证反思”的闭环。

其三，创新思维与应用迁移的突破难点。核心素养强调创新意识培养，而圆锥曲线问题的变式设计要求学生突破固定解题范式。拔尖学生易陷入“套路化”思维，面对新情境问题时，难以快速迁移核心知识构建新模型，无法有效将几何直观、代数推理与实际问题如光学、天体运行结合，制约创新思维的提升 [1]。

3 核心素养导向下高中圆锥曲线解题策略构建

3.1 聚焦数学抽象，挖掘本质条件

审题是解题的起点，拔尖学生易陷入“重显性条件、轻隐性信息”的误区，需通过策略引导其精准提取几何特征与代数关系，落实数学抽象素养。

3.1.1 几何特征具象化

圆锥曲线的核心是几何定义，审题时需优先关联椭圆“到两焦点距离和为定值”、双曲线“到两焦点距离差为定值”、抛物线“到焦点与准线距离相等”的本质定义，将文字描述转化为图形语言。例如，遇到“动圆过定点且与定圆相切”问题，需引导学生联想椭圆或双曲线的定义，通过画图明确动点轨迹的几何特征，避免直接设方程求解的繁琐运算。

3.1.2 代数条件结构化

将题目中的参数关系、数量条件转化为代数表达式，构建“条件—符号”的对应关系。例如，涉及“焦点弦”问题时，需标注焦点坐标、直线斜率与截距、弦长公式等关键代数要素，明确已知量与未知量的关联，为后续建模奠定基础。

3.1.3 隐含条件显性化

针对拔尖学生的思维盲点，重点挖掘“图形对称性”“参数取值范围”“直线斜率存在性”等隐性条件。例如，在求解椭圆内接三角形面积最值问题时，需提醒学生关注动点横坐标的取值范围，避免因忽略定义域导致解题错误，培养思维的严谨性 [2]。

3.2 融合直观想象，搭建转化桥梁

建模是解题的核心，需引导学生通过“几何问题代数化、代数问题几何化”的双向转化，落实直观想象与数学建模素养，这也是拔尖学生区别于普通学生的关键能力。

3.2.1 几何问题代数化

针对几何特征明确的问题，通过建立坐标系、设点坐标、列方程实现转化。例如，涉及“角度关系”时，将角的条件转化为向量数量积或斜率关系；涉及“距离最值”时，转化为函数最值问题。对于拔尖学生，可引导其灵活选择坐标系，如利用对称性建立原点在对称中心的坐标系，简化方程形式。

3.2.2 代数问题几何化

针对代数运算复杂的问题，通过分析代数式的几何意义简化求解。例如，将“二元二次方程”转化为圆锥曲线的轨迹问题，将“线性表达式”转化为直线的截距问题，将“分式函数”转化为点到直线的距离问题。如求解“$(x^2 + 2x + 5)$ 的算术平方根 + $(x^2 - 4x + 13)$ 的算术平方根”的最小值，可引导学生将表达式变形为“$\sqrt{[(x+1)^2 + (0-2)^2]} + \sqrt{[(x-2)^2 + (0-3)^2]}$”，转化为平面内动点到两定点的距离和，利用椭圆定义或对称点法求解，避免代数运算的繁琐。

3.3 强化数学运算，优化思维路径

求解是解题的关键环节，圆锥曲线的运算量大、技巧性强，拔尖学生易陷入“运算繁琐导致出错”的困境，需通过策略引导其优化运算路径，落实数学运算与逻辑推理素养。

3.3.1 设元技巧优化

合理设点、设线是简化运算的基础。例如，设直线方程时，斜率存在时设为 $y = kx + b$，斜率不存在时设为 $x = x_0$，避免漏解；涉及焦点在 x 轴上的圆锥曲线时，设点坐标为 (x_1,y_1)、(x_2,y_2)，利用韦达定理关联根与系数的关系，减少未知量个数。对于过焦点的直线，可设为 $x = my + c$（m 为斜率的倒数），避免讨论斜率不存在的情况，提升运算效率。

3.3.2 运算方法简化

引导学生运用“整体代换”“消元技巧”“因式分解”等方法简化运算。例如，在求解弦长问题时，利用弦长公式 $\sqrt{(1+k^2)} \cdot \sqrt{[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2]}$，结合韦达定理整体代入，无需求解具体交点坐标；在处理二元二次方程组时，通过消元转化为一元二次方程，利用判别式判断直线与曲线的位置关系，同时为后续求解奠定基础。

3.3.3 逻辑推理严谨化

强调“运算过程与逻辑推理同步”，每一步运算都需明确依据。例如，利用判别式求参数范围时，需说明判别式 $\Delta \geq 0$ 的几何意义是直线与曲线有交点；在分类讨论时，需

明确分类标准，如按直线斜率存在与否、参数正负性分类，避免逻辑混乱，培养严谨的思维品质。

3.4 落实数据分析，提升思维品质

反思是解题能力提升的关键，拔尖学生需通过反思实现“解题—总结—迁移”的闭环，落实数据分析与逻辑推理素养，形成结构化思维。

3.4.1 错题归因分析

引导学生从“审题失误”“建模错误”“运算出错”“逻辑漏洞”四个维度分析错题原因，建立错题本。例如，若因忽略圆锥曲线的定义导致解题繁琐，需强化“定义优先”的审题意识；若因运算技巧不足导致出错，需针对性训练设元与消元技巧。

3.4.2 解题方法优化

对比不同解题方法的优劣，培养思维的灵活性。例如，求解“定点问题”时，可对比“特殊值法”与“一般法”的适用场景，特殊值法可快速定位定点，一般法可严谨证明，引导学生根据题目需求选择最优方法。

3.4.3 知识体系构建

引导学生将解题经验提炼为知识网络，如将“定值定点问题”“最值问题”“轨迹问题”的解题策略分类整理，明确各类问题与核心素养的关联，实现从“一题一解”到“一类一解”的迁移，提升创新思维能力[3]。

4 核心素养导向下圆锥曲线教学实践设计

4.1 教学目标分层

针对拔尖学生的认知特点，制定“基础—能力—素养”三级目标。基础目标：掌握圆锥曲线的定义、方程与性质，能运用基本方法求解基础问题；能力目标：熟练运用“审题—建模—求解—反思”四环节策略解决综合性问题，提升运算优化与模型构建能力；素养目标：落实数学抽象、逻辑推理等核心素养，形成创新思维与严谨的思维品质。例如，在“椭圆的定义与方程”教学中，基础目标是掌握椭圆定义与标准方程；能力目标是能利用定义求轨迹方程；素养目标是通过定义的探究过程培养数学抽象与直观想象素养。

4.2 教学内容整合

打破“章节割裂”的教学模式，将圆锥曲线与函数、不等式、向量等知识整合，设计综合性探究内容，满足拔尖学生的求知需求。例如，在“圆锥曲线中的最值问题”教学中，整合“函数最值”“不等式性质”“向量数量积”等知识，设计“椭圆内接矩形面积最值”“双曲线焦点到渐近线距离问题”等探究课题，引导学生从不同角度构建解题思路，深化对知识本质的理解。

4.3 教学方法创新

4.3.1 问题驱动教学法

以递进式问题链引导学生自主探究。例如，在“抛物线的定义”教学中，设计问题链：“平面内到定点与定直线距离相等的点的轨迹是什么？”“若定点在定直线上，轨迹是什么？”“如何通过实验（如直尺、笔尖画图）验证轨迹？”“如何推导其标准方程？”通过问题引导学生从直观感知到抽象概括，落实数学抽象素养。

4.3.2 合作探究教学法

将学生分为 4-6 人小组，围绕综合性问题开展合作探究。例如，在“圆锥曲线的定点问题”教学中，给出问题：“已知椭圆 C: $x^2/4 + y^2/3 = 1$，过点 $P(1,0)$ 的直线 l 与椭圆交于 A、B 两点，是否存在定点 Q，使得 $\angle AQP = \angle BQP$？若存在，求 Q 点坐标；若不存在，说明理由。”小组内分工负责审题建模、运算求解、验证反思，通过讨论优化解题思路，培养团队协作与创新思维能力。

4.3.3 信息技术辅助教学

利用几何画板、GeoGebra 等软件直观展示圆锥曲线的形成过程与动态变化。例如，在“椭圆的性质”教学中，通过软件拖动椭圆的长半轴、短半轴，实时展示离心率、焦点位置的变化，帮助学生理解几何特征与代数参数的关联，落实直观想象素养；在解题教学中，通过软件验证解题结果的正确性，如定点问题中，拖动直线 l 的位置，观察 $\angle AQP$ 与 $\angle BQP$ 是否始终相等，增强学生的直观感知。

4.4 评价体系多元

打破“唯分数”的评价模式，构建“过程性评价 + 终结性评价 + 素养评价”的多元体系。过程性评价通过课堂表现、小组探究成果、错题反思报告等维度，关注学生的思维过程与探究能力；终结性评价采用综合性试题，考查学生的解题能力与知识迁移能力；素养评价通过访谈、解题思路阐述等方式，评估学生数学抽象、逻辑推理等素养的达成情况。例如，在评价“圆锥曲线轨迹问题”的解题过程时，不仅关注结果的正确性，更关注学生是否能优先运用定义建模，是否能优化运算路径，是否能反思解题方法的优劣，全面评价学生的素养发展水平。

5 结论

核心素养导向下的高中圆锥曲线教学，需突破“技巧灌输”的传统模式，构建“审题—建模—求解—反思”四环节解题策略体系，通过目标分层、内容整合、方法创新与多元评价，实现知识传授与素养培育的同步发展。实践表明，该策略能有效提升拔尖学生的圆锥曲线解题能力，强化其数学抽象、逻辑推理等核心素养，为拔尖创新人才培养提供有力支撑。

参考文献

[1] 刘付明夫. 高中数学圆锥曲线教学难点突破与方法创新研究[J]. 数理天地(高中版),2025,(21):125-127.

[2] 郝英俊. 科学教育视域下的高中数学教学研究——以圆锥曲线的“手电筒”模型为例[J]. 课程教材教学研究(下半月刊),2025,(10):11-14.

[3] 任娜. 高中数学实施跨学科教学的有效途径探究[J].数学教学通讯,2025,(30):71-73.